

定日镜场优化设计

摘要

本文通过蒙特卡洛追踪法计算镜场的阴影遮挡效率，并结合余弦效率、截断效率建立了计算镜场平均效率的基本模型。在采用 Campo 方法确定镜场基本布局后，通过建立反向移动模型，基于模拟退火法针对镜场的年平均热功率进行了优化求解，并给出了最优的布局方案。

对于问题一，我们通过建立坐标系和计算太阳光线的入射角度，确定了定日镜的姿态。接着，构建了定日镜场的光学效率模型，分析了余弦效率、阴影遮挡效率、大气透射率、集热器截断效率和镜面反射率的影响。通过计算发现，定日镜场的年平均光学效率为 0.59598，年平均输出热功率为 36.49 MW，单位面积镜面的年平均输出热功率为 $E_{field}=0.5808kW/m^2$ 。在月度分析中，夏季的单位镜面平均输出热功率最高，达到 $0.64326 kW/m^2$ ，而冬季最低，为 $0.49796 kW/m^2$ 。这表明在夏季，定日镜的光学效率最高，冬季则最低。

对于问题二，为了降低优化求解的复杂度，我们首先采用 Campo 布局方法确定了定日镜的位置。随后，利用反向移动模型对集热器的位置进行了调整。优化过程的决策变量包括定日镜的尺寸、安装高度以及有效区域的中心位置。我们使用了模拟退火算法，该算法结合了光学效率的回归拟合模型，以提高计算的效率和准确性。优化结果显示，定日镜的最优尺寸为 7.603×6.2745 米，安装高度为 3.74 米，集热塔的坐标为 (0, -189.28)。经过优化，单位镜面面积的年平均输出热功率显著提高了 30%。在满足年平均输出热功率为 48MW 的基础上，单位面积镜面的年平均输出热功率达到 $0.57770kW/m^2$ ，年平均光学效率为 0.6174，显著提升了该定日镜场的能效。

对于问题三，由于直接构造决策函数会导致变量规模庞大，为简化问题，我们将其转化为聚光曲面的设计问题。通过设计一个旋转抛物面，基于聚光曲线的理论，利用 600 米半径的 Campo 布局生成了对应的抛物镜面。接着，通过离散化采样得到定日镜的安装高度，并对决策变量进行了限制，采用了实际应用中发现的定日镜尺寸规格来减少优化空间的自由度，从而加快了优化程序的速度。在优化过程中，我们使用了模拟退火算法和高斯分布的扰动策略，以提高计算效率和准确性。优化得出结果显示，集热塔的最优坐标为 (0, -188.02)，总面数为 1981 面，优化后单位面积镜面平均输出热功率达到 $0.582513kW/m^2$ 。

关键字： 定日镜场 光线追踪法 Campo 布局 光学效率模型 离散化采样

一、问题重述

1.1 问题背景

太阳能是一种清洁、无污染的可再生能源。在中国，太阳能发电逐渐成为主流能源之一。在太阳能发电系统中，定日镜场作为一种重要的太阳能集热技术，因其高效率、高集热温度等优点，广泛应用于太阳能热发电、太阳能高温化学反应等领域。由于太阳能资源的分布具有地域和时间的差异性，如何有效利用太阳能资源，提高定日镜场的效率成为当前研究的热点问题。

1.2 问题重述

问题 1 在圆形定日镜场中，吸收塔位于中心位置。已知定日镜的长度、宽度和安装高度，附件中提供了所有定日镜的 x 、 y 坐标。要求计算该定日镜场的年平均光学效率、年平均输出热功率和单位镜面面积的年平均输出热功率，并按照表 1 和表 2 的格式填写结果。

问题 2 定日镜场的额定年平均输出热功率已知为 48MW。在此问题中，所有定日镜的尺寸和安装高度相同。需要设计定日镜场的吸收塔位置坐标、定日镜尺寸、安装高度、定日镜数量和定日镜位置，以使定日镜场的额定功率达到要求，并尽量提高单位镜面面积的年平均输出热功率。将结果按照表 1、表 2 和表 3 的格式填写，并将吸收塔位置坐标、定日镜尺寸、安装高度和位置坐标存入 result2.xlsx 文件

问题 3 在此问题中，定日镜的尺寸和安装高度可以不同，额定功率与问题二相同。需要重新设计定日镜场的参数，使得定日镜场的额定功率满足要求，并尽可能提高单位镜面面积的年平均输出热功率。将结果按照表 1、表 2 和表 3 的格式填写，并将吸收塔位置坐标、定日镜尺寸、安装高度和位置坐标存入 result3.xlsx 文件。

二、问题分析

2.1 问题 1 分析

在问题 1 中，我们需要计算定日镜场的年平均光学效率、年平均输出热功率以及单位镜面面积的年平均输出热功率。给定的条件包括定日镜的尺寸为 $6\text{ m} \times 6\text{ m}$ ，安装高度为 4 m ，以及所有定日镜的位置。我们将这些数据用于以下几个计算步骤：

太阳角度计算：根据给定的经纬度（东经 98.5° ，北纬 39.4° ）和时间点，首先计算定日镜场在特定时刻的太阳高度角和太阳方位角。这些角度将帮助我们将太阳光的方向转换到镜面坐标系中。

余弦效率计算：余弦效率反映了太阳光线与定日镜镜面法线之间夹角对反射效果的影响。可以根据入射光线和镜面法线的角度计算每个定日镜的余弦效率。

阴影遮挡效率计算：阴影遮挡效率指的是由于定日镜之间或塔对镜场的遮挡造成的能量损失。通过计算塔在地面上的阴影区域，并估计定日镜场中可能的阴影遮挡情况，来计算每个定日镜的阴影遮挡效率。具体方法包括：计算塔的阴影长度以及使用平面投影法和蒙特卡洛追踪法来估算镜场之间的遮挡情况。考虑到镜面尺寸较小，遮挡通常发生在相邻的定日镜之间。通过将每个镜面划分为离散的取样点，检查这些点是否被其他定日镜遮挡，进而计算总的阴影遮挡效率。

集热器截断效率计算：由于定日镜反射的太阳光锥不完全照射到集热器上，因此需要计算集热器的截断效率。采用 HFLCAL 模型计算集热器截断效率，该模型利用 Gaussian 分布来表示吸热器表面的能流密度分布。

大气透射率及镜面反射率：大气透射率可代入公式计算，镜面反射率取题目中给定的值。

结合以上步骤，可以计算出每个定日镜的光学效率。随后，通过公式计算年平均输出热功率，并根据光学效率得出单位镜面面积的年平均输出热功率。

2.2 问题 2 分析

问题 2 为一个优化问题，要求优化定日镜的布置，以提高平均热功率。在定日镜的排布方面，Campo 方法被用于初步布置定日镜。接着，对定日镜的尺寸、安装高度以及吸收塔的坐标进行扰动，以探寻更优的布置方案。这里采用模拟退火算法来优化这些变量，旨在提高定日镜场的整体光学效率。在模型的优化过程中，我们采用了 Campo 布局 and 反向移动模型。Campo 布局确定了定日镜的位置，反向移动模型则用于确定集热器的位置。优化的目标函数是单位镜面面积的年平均输出热功率，决策变量包括定日镜的尺寸（宽度和高度）以及有效区域在 Campo 布局南北中轴线上的位置。通过优化这些变量，我们可以确定最佳的定日镜尺寸和位置配置，以实现最大的热功率输出。

2.3 问题 3 分析

问题 3 是对问题 2 的进一步深入，这一步我们可以更灵活的设计定日镜的尺寸和安装高度，最简单的方法就是在问题 2 的目标函数中增加决策变量的自由度，但是这会导导致计算复杂度过高而无法计算的结果，为了使得优化可以正常进行，我们使用将定日镜场连续化的观点设计聚光曲面来确定定日镜的安装高度，又将定日镜的尺寸划分为不同规格进行优化，大大减少了优化问题的计算复杂度，从而使求得最优解变得可能。

三、模型假设及约定

为简化问题，本文做出以下假设和约定：

1. 本文认为定日镜镜面的所有位置均可以对太阳光进行反射，因此定日镜的采光面积 A_i 为镜面宽度和镜面高度的乘积，即

$$A_i = W_a \times W_b \quad (1)$$

其中 W_a 为镜面宽度， W_b 为镜面高度。

2. 只考虑一次反射问题，忽略光线在定日镜场内的漫反射。
3. 在每月的光学效率以及热功率测试时间点均天气晴朗，不会影响我们的光学效率计算。
4. 所有获取到的数据及题目给定公式真实可靠。

四、符号说明

符号	说明	单位
\mathbf{i}_i	入射光线方向向量	/
\mathbf{r}_i	反射光线方向向量	/
\mathbf{n}_i	法线方向向量	/
l_s	集热塔的阴影长度	m
E_{field}	定日镜场输出热功率	W
ΔR_{min}	Campo 布局中的最小间距	m
A_k	第 k 块定日镜的镜面面积	m^2
l	镜面高度	m
w	镜面宽度	m
h	定日镜安装高度	m
$Number \{ \cdot \}$	计数算子	/
$Random[a, b]$	伪随机数生成算子	/
$\{ \cdot \}_i^M$	从 i 到 M 的变量序列	/

五、问题一的模型的建立和求解

5.1 定日镜姿态的确定

5.1.1 坐标系的确立

为了更好的描述定日镜的反射行为，我们对定日镜场建立坐标系 XYZ ：以定日镜场中心为原点，正东方向为 X 轴正向，正北方向为 Y 轴正向，垂直于地面向上方向为 Z 轴正向建立如图所示的镜场坐标系。令 H_z 表示集热器中心的高度， h_0 表示定日镜中心的高度。由题意可知 $H_z = 84m$ ， $h_0 = 4m$ ，则集热器中心坐标可表示为 $Q(0,0,84)$ ，定日镜中心坐标可表示为 $M(x_i, y_i, 4)$ ，示意图见图 (1a)。

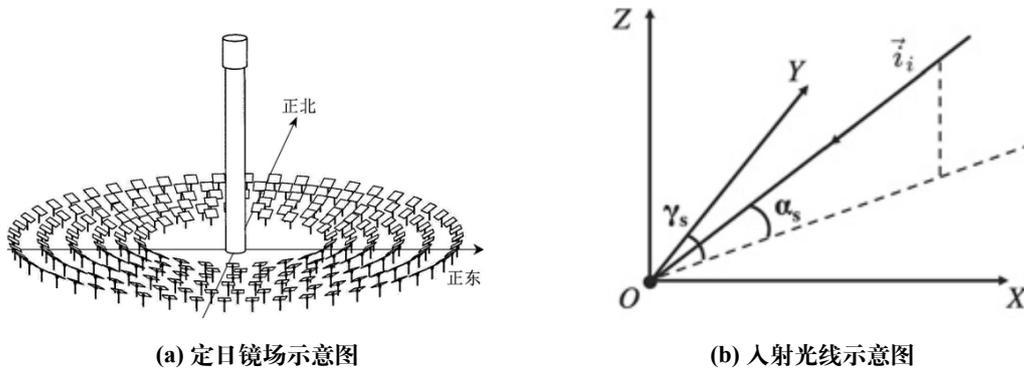


图 1 坐标系和光线示意图

5.1.2 入射光线分析

在定日镜场坐标系 XYZ 中，对第 i 个定日镜进行建模，如图 (1b) 所示，太阳的高度角为 α_s ，太阳的方位角为 γ_s ，根据几何关系，对于定日镜 i 的入射光线的方向向量为

$$\mathbf{i}_i = (-\cos \alpha_s \sin \gamma_s, -\cos \alpha_s \cos \gamma_s, -\sin \alpha_s). \quad (2)$$

其中， α_s 和 γ_s 的计算方式为

$$\begin{cases} \sin \alpha_s = \cos \delta \cos \varphi \cos \omega + \sin \delta \sin \varphi \\ \cos \gamma_s = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin \varphi}{\cos \alpha_s \cos \varphi} \end{cases} \quad (3)$$

其中 φ 为定日镜场所在的纬度， δ 为太阳赤纬角， ω 为太阳时角， δ 和 ω 的计算公式如下：

$$\begin{cases} \omega = \frac{\pi}{12}(ST - 12) \\ \sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin \left(\frac{2\pi}{360} 23.45 \right) \end{cases} \quad (4)$$

5.1.3 反射光线分析

定日镜在控制算法的作用下不断调节法向，使得经过定日镜中心的反射光线始终指向集热器中心 $Q(0,0,84)$ ，那么对于定日镜 M_i ，反射光线 r_i 的单位向量可以表示为：

$$\mathbf{r}_i = \frac{Q - M_i}{|Q - M_i|} = \frac{(-x_i, -y_i, 80)}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + 80^2}} \quad (5)$$

5.1.4 法向量分析

太阳光入射到定日镜中心后反射的过程遵从反射定律，太阳光的入射角和反射角相等，利用向量运算的平行四边形法则，可以得到定日镜 i 镜面的法向量为

$$\mathbf{n}_i = \frac{\mathbf{i}_i - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{i}_i - \mathbf{r}_i|} \quad (6)$$

我们分析了定日镜的入射光线、反射光线和法向量，于是便确定了定日镜的姿态。

5.2 定日镜场的光学效率模型

对于定日镜场的光学效率的计算，可将其抽象成几何模型，基于欧式几何理论，在相关的坐标系中分析求解阴影遮挡效率，余弦效率，大气透射率，集热器截断效率和镜面反射率，相乘得到定日镜场的光学效率，定日镜场的光学效率计算公式为：

$$\eta = \eta_{sb} \cdot \eta_{cos} \cdot \eta_{at} \cdot \eta_{trunc} \cdot \eta_{ref} \quad (7)$$

其中 η_{sb} 为阴影遮挡效率， η_{cos} 为余弦效率， η_{at} 为大气透射率， η_{trunc} 为集热器截断效率， η_{ref} 为镜面反射率，为了求得定日镜场的光学效率，我们需要建立定日镜场的光学效率模型，分别求出这些光学效率影响因子。

5.2.1 余弦效率

余弦效率反映了太阳光线与定日镜镜面法线之间夹角对反射效果的影响。在定日镜面进行反射时，入射光线与镜面法线存在一个夹角 θ ，该夹角的余弦值 $\cos \theta$ 即为该入射点的余弦效率。即 $\eta_{cos} = \cos \theta$ 。

这里对余弦效率的分析采用的坐标系与图 (1b) 所示的坐标系一致，更加具体的示意图见图 (2)。

由内积的定义可以求得夹角余弦值，即余弦效应：

$$\eta_{cos} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} = |\mathbf{r}| \cdot |\mathbf{n}| \cdot \cos(\theta) = \cos(\theta) \quad (8)$$

余弦效率是对定日镜场的光学效率影响最大的因子 [1]，对单一定日镜来说，入射光线与法向量之间的夹角越小，余弦效率越大，但是当对所有的定日镜场进行分析时则并非如此，所以如何将定日镜布置在镜场中余弦效率较高的位置，使得定日镜场的总体光学效率最高，是我们后续过程中所需要解决的主要问题。

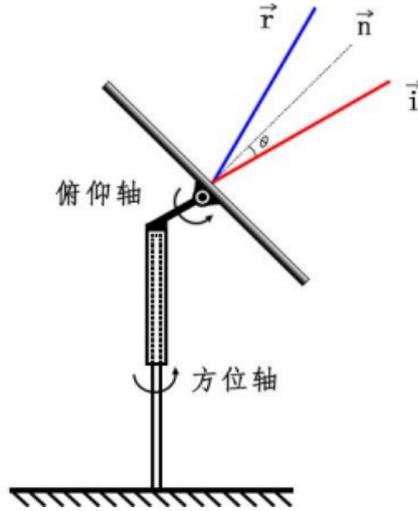


图2 余弦效率示意图

5.2.2 阴影遮挡效率

阴影遮挡损失通常指的是定日镜场中的定日镜之间由于阴影互相遮挡以及塔对镜场的遮挡而造成的能量损失。镜场之间的相互遮挡主要是后排定日镜接收的太阳光被前方定日镜所阻挡，或后排定日镜的反射光线被前排定日镜阻挡而造成的 [2]，如图所示。

利用太阳光的方向向量，可以估计出塔在地面上的阴影区域。首先，塔在地面上的阴影长度 l_s 可表示为：

$$l_s = \frac{h}{\tan \gamma_s} \quad (9)$$

其中 h 为集热器顶部的纵坐标， γ_s 为太阳的高度角。根据塔的直径，可估计出阴影的覆盖区域。对于阴影覆盖区域内的定日镜，其阴影遮挡效率为 0。

对于镜场相互遮挡的计算方法，从原理上可分为平面投影法和蒙特卡洛追踪方法。本文结合两种方法进行求解。由于定日镜的大小有限，相互之间的遮挡仅有可能发生在互相临近的定日镜之间。且由于日地距离较大，锥形太阳光的展宽极小。因此我们作出如下假设：

1. 相互的阴影遮挡只在以镜中心为圆心，半径为 l 的圆形区域 C 内出现。
2. 对于镜面上的某一点，入射的太阳光可视作射线。

如图 (3) 所示，设镜面的四个顶点分别为 $A(x_0, y_0)$, $B(x_0+6, y_0)$, $C(x_0, y_0+6)$, $D(x_0+6, y_0+6)$ 。对于每个镜面，将其均匀划分为 n^2 个离散的取样点 $(x_{k,l}, y_{k,l})$ ，其中，取样点的坐标可表示为：

$$\begin{cases} x_{k,l} = x_0 + \left(\frac{k}{n}\right) \times 6 \\ y_{k,l} = y_0 + \left(\frac{l}{n}\right) \times 6 \end{cases} \quad (10)$$

对于每个取样点，已知入射光方向向量与该点反射光方向向量，将该点沿这两个方

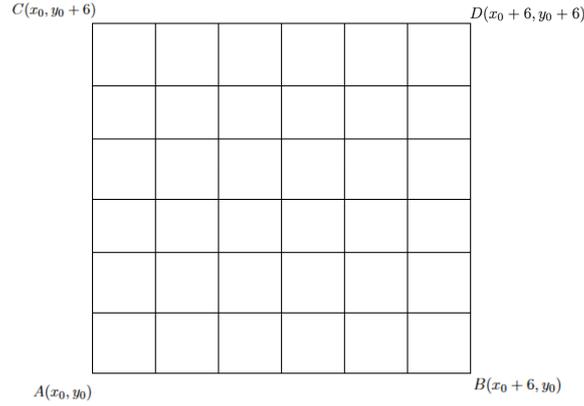


图3 n=6时的镜面示意图

向进行投影，判断是否与 C 区域内定日镜的镜面相交。如果相交，则该点光线会被遮挡。通过统计总点数 N 和被遮挡点数 H ，可以算出效率：

$$\eta_{sb} = \frac{N - H}{N}$$

5.2.3 集热器截断效率

定日镜反射的太阳光锥所携带的能量不可能完全照射到集热器上，被集热器所吸收，所以考虑光学效率的时候需要计算截断效率，集热器阶段效率的定义式如下：

$$\text{集热器截断效率 } \eta_{\text{trunc}} = \frac{\text{集热器接收能量}}{\text{镜面全反射能-阴影遮挡损失能量}} \quad (11)$$

这里直接采取较为成熟的 HFLCAL 模型来计算集热器截断效率 [3]，HFLCAL 是由德国航空航天中心提出的可用于计算长方形定日镜能流密度分布的计算模型，相比于传统的计算方法速度更快且精度更高，HFLCAL 模型利用 Gauss 分布来表示吸热器表面的能流密度函数，计算式如下：

$$\eta_{\text{trunc}} = \frac{1}{2\pi\sigma_{\text{tot}}^2} \int_x \int_y \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma_{\text{tot}}^2}\right) dy dx \quad (12)$$

其中 σ_{tot} 表示吸热器表面聚光光斑的总标准差，具体计算式见附录 A。因为 HFLCAL 模型显示的是截断效率的年平均水平，所以在对每个月进行测量时，我们都选取 HFLCAL 计算出的年平均截断效率。

5.2.4 大气透射率以及镜面反射率

大气透射率的定义式为：

$$\eta_{\text{at}} = 0.99321 - 0.0001176d_{\text{HR}} + 1.97 \times 10^{-8} \times d_{\text{HR}}^2 \quad (d_{\text{HR}} \leq 1000) \quad (13)$$

其中, d_{HR} 为镜面中心到集热器中心的距离, 由我们上文中建立的坐标系, d_{HR} 的表达式为:

$$d_{HR} = \sqrt{x^2 + y^2 + (H_z - h)^2} \quad (14)$$

其中, (x, y) 为定日镜的中心平面坐标, H_z 为集热器的中心高度。

镜面反射率与定日镜的材料、清理次数、天气情况息息相关, 这里选取题目中给定的 $\eta_{ref} = 0.92$ 。

5.3 模型求解

5.3.1 其余参数设置

通过上述对定日镜场的一系列分析, 我们已经可以根据已知条件求得公式 (7) 中涉及到的所有计算因子, 计算出每块定日镜的光学效率, 从而通过线性组合的方式计算出定日镜场的输出热功率 E_{field} , 计算公式为

$$E_{field} = DNI \cdot \sum_i^N A_i \eta_i \quad (15)$$

其中, DNI 为法向直接照射强度, DNI 的详细计算信息见附录 A, N 为定日镜总数量, A_i 为第 i 面定日镜的采光面积, η_i 为第 i 面镜子的光学效率。为了更清晰的表达求解过程, 我们将其表达成可视化的形式, 如图 (4)。

5.3.2 模型求解结果

根据上述模型, 从题目附件中获得定日镜坐标, 计算光学效率, 根据题目要求进行填表, 得到问题 1 每月 21 日平均光学效率及输出功率表 (1) 以及问题 1 年平均光学效率及输出功率表 (2)。此外, 我们还绘制了各月份效率折线图, 以便显示每种效率的变化趋势, 见图 (5)。可见, 夏季的单位镜面平均输出热功率最高, 冬季的单位镜面平均输出热功率最小, 符合实际情况。

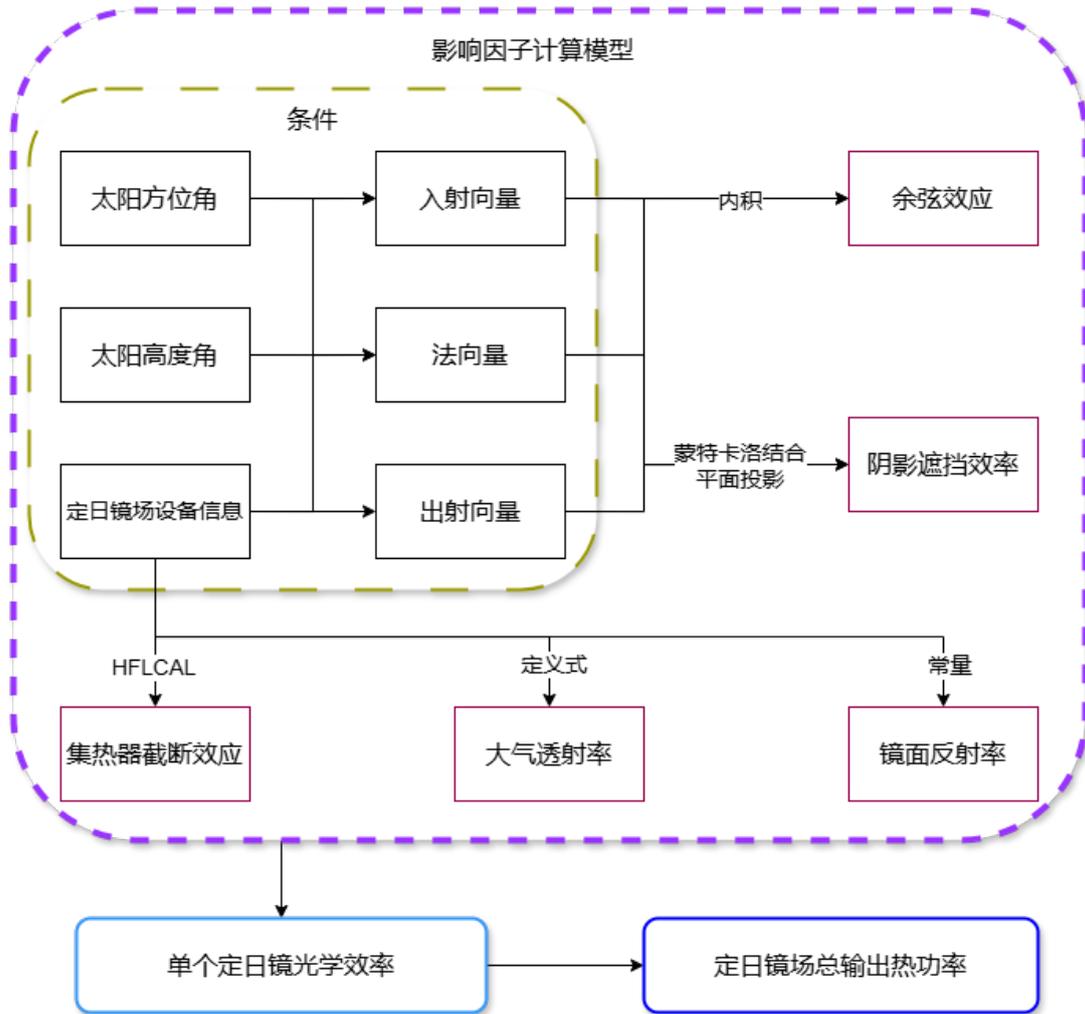


图 4 求解流程图

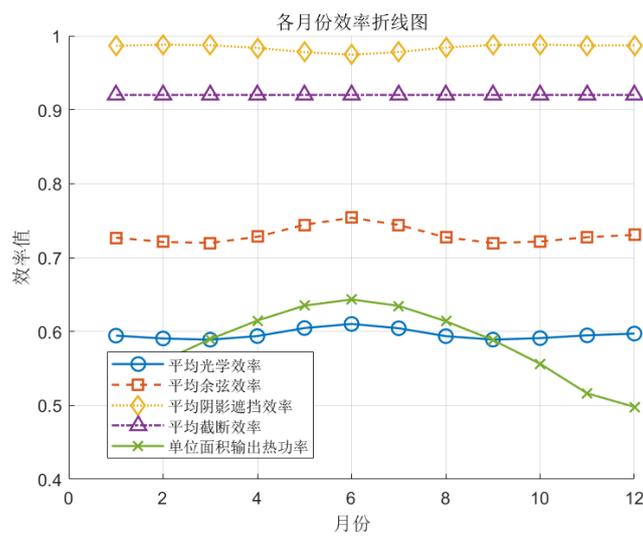


图 5 各月份效率折线图

表 1 问题 1 每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均 光学效率	平均 余弦效率	平均阴影 遮挡效率	平均 截断效率	单位面积镜面平均输出 热功率 (kW/m ²)
1 月 21 日	0.59432	0.72683	0.9864	0.92	0.52038
2 月 21 日	0.59046	0.72106	0.98798	0.92	0.56043
3 月 21 日	0.58886	0.71966	0.98725	0.92	0.58960
4 月 21 日	0.59373	0.72803	0.98356	0.92	0.61464
5 月 21 日	0.60456	0.7443	0.97788	0.92	0.63493
6 月 21 日	0.61014	0.75382	0.97441	0.92	0.64326
7 月 21 日	0.60432	0.74402	0.97805	0.92	0.63458
8 月 21 日	0.59361	0.72736	0.98415	0.92	0.61384
9 月 21 日	0.58895	0.71955	0.98746	0.92	0.58837
10 月 21 日	0.59099	0.72162	0.98806	0.92	0.55626
11 月 21 日	0.59473	0.7275	0.98674	0.92	0.5162
12 月 21 日	0.59709	0.7306	0.98708	0.92	0.49796

表 2 问题 1 年平均光学效率及输出功率表

年平均 光学效率	年平均 余弦效率	年平均阴影 遮挡效率	年平均 截断效率	年平均输出热 功率 (MW)	单位面积镜面年平均 输出热功率 (kW/m ²)
0.59598	0.7303625	0.984085	0.92	36.4902534	0.58087

六、问题二的模型的建立和求解

问题 2 在问题 1 的基础上给定额定功率来涉及定日镜场的一些参数，包括吸收塔的位置坐标、定日镜尺寸、安装高度、定日镜数目和定日镜位置，要求在达到给定额定功率的基础上，使得单位镜面面积年平均输出热功率最大

6.1 模型建立

6.1.1 Campo 布局

我们选择 Campo 方法来选择定日镜位置 [4]。如图 (6a)，Campo 规则首先从第一个布置区域的径向第一行开始。令第一个定日镜放置在首行的正北处，其余定日镜以在周围进行均匀布置。第一行的半径 R_1 可根据定日镜的大小和第一行定日镜的数目计算出。

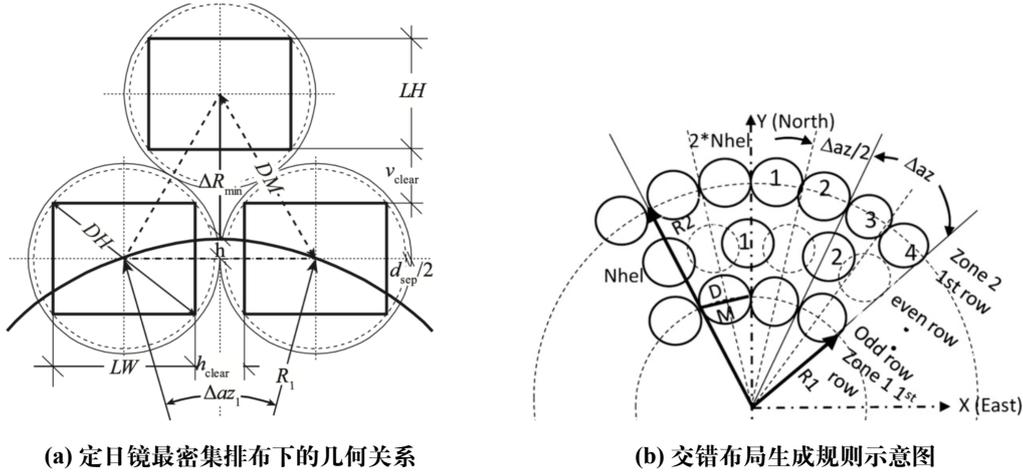


图 6 Campo 布局示意图

在同一个布置区域内，每行的定日镜数量相同，相邻的两行交错布置且径向的间距不变。当布置区域最后一行上允许密排的定日镜数为该区域每行定日镜数两倍时，开始以相同规则进行下一区域的布置，即相邻的两个区域的每行定日镜数是成倍增加的关系。基于此，可以推导出第 n 个区域每行定日镜数量和首行半径为为：

$$N_{zone_n} = N_{zone_1} \cdot 2^{n-1} \quad (16)$$

$$R_{zone_n} \approx R_{zone_1} \cdot 2^{n-1} \quad (17)$$

由于相同区域内每一行定日镜的数目相同，可计算出第一个区域的定日镜行数：

$$N_{rows1} = \frac{(R_{zone_2} - R_{zone_1})}{\Delta R_{min}} = \frac{R1}{\Delta R_{min}} \approx \text{round}\left(\frac{R1}{\Delta R_{min}}\right) \quad (18)$$

其中， ΔR_{min} 为相邻两行的最小间距。

同理，由递推关系可得，第 n 个区域内的定日镜行数为：

$$N_{rowsn} = \frac{2^{n-1} \cdot R1}{\Delta R_{min}} \quad (19)$$

根据该布置规则，选择合适的首行定日镜数目，确定每个区域的行数，可计算出每个区域的行半径、定日镜数量，从而确定整个定日镜场的布局，布局的生成规则示意图见图 (6b)。

6.1.2 初始镜场建立

根据题意，相邻两定日镜底座中心之间的距离比镜面宽度多 5m 以上，建造镜场的场地范围是一个半径为 350m 的圆形区域。

由于我们采用 Campo 布局进行设计，所以在给定首行半径和最小间距后，整个定日镜场的排列方式已经确定，并且由集热器的位置唯一决定定日镜场的位置，自然的想

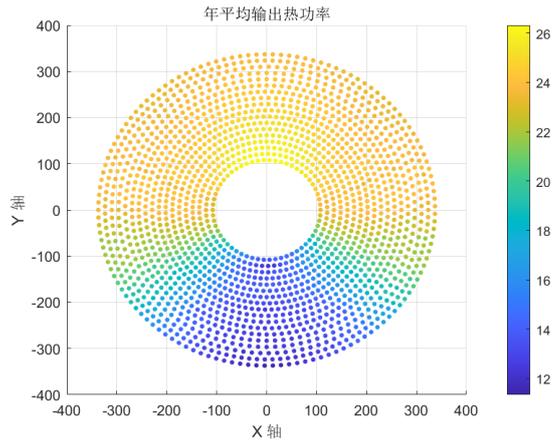


图 7 年平均输出热功率

法就是在题目给定的区域内设置集热器的位置，即在给定圆形区域 (后文也称其为有效区域，即题目给定小于 350m 半径的圆形区域) 内离散化的遍历集热器的位置，并且更改参数使得年平均热功率最优，通过第一问的求解，我们已经明确，在给定经纬度范围的整个定日镜场的年平均输出热功率呈现东西对称、北部偏高的姿态，见图 (7)，这就自然的使我们想要在圆形区域的南北中轴线上放置集热器，如此才可以最高效的利用光学效率偏高的区域。换句话说，我们可以控制集热器所表示的 Campo 布局在给定区域的中轴线上移动，直到确立最优位置，示意图见图 (8a)。

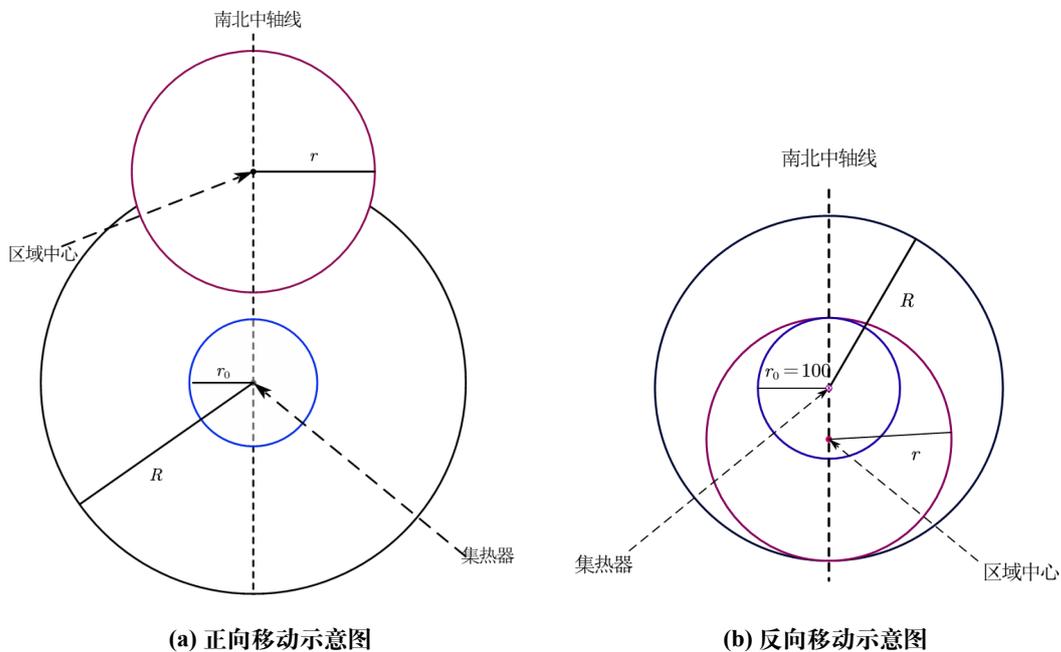


图 8 两种移动方式的示意图

在图 (8a) 中，集热器和区域中心均已标出，其中区域中心位于坐标原点，我们需要做的就是使得集热器所在的 Campo 布局沿着南北中轴线移动，使得蓝色圆圈 (厂房区

域)和集热器点均在红色圆圈(规定区域)内,并且找到使得规定区域内年平均热功率最大的集热器位置。

每次移动 Campo 布局再计算是非常复杂的,为了更清晰的描述和增加计算效率,我们采用另一种方式进行表述,因为几百米的长度对经纬度影响不大,我们不妨先固定集热器及其周围厂房在坐标原点,设计一个相当大的 Campo 布局,再沿着南北中轴线移动规定区域,使得规定区域圈定的定日镜场达到最高年平均热功率,此时再将圈定最优定日镜场的规定区域平移到原位置,便可得到最优解,示意图可见图(8b),因为这两种方案一种是平移 Campo 布局,固定有效区域,另一种平移有效区域,固定 Campo 布局,所以我们称二者为正向移动和反向移动。

相当大的 Campo 布局是指在这个 Campo 布局内,无论如何去选择有效区域,厂房和集热器都在有效区域内,这就需要对 Campo 布局的初始半径(R),有效区域的半径(r)和厂房半径(r_0)进行合理的规划,根据题目,有效区域的半径(r)和厂房半径(r_0)满足以下约束(单位:米):

$$\begin{cases} 100 \leq r \leq 350 \\ r_0 = 100 \end{cases} \quad (20)$$

这时考虑最极端的情况,即有效区域在 Campo 布局内相切的情况,即图(8b)所示情况,如果这种情况下可以保证厂房和集热器在有效区域内,那么就可以保证无论如何去选择有效区域,厂房和集热器都在有效区域内,通过分析几何关系,我们可以得到其约束条件为

$$R = 2r - r_0 \quad (21)$$

此时有效区域即与 Campo 内切,厂房区域也与有效区域内切,通过此式,我们便可以确定初始 Campo 布局的最大半径。

题目中有要求相邻定日镜底座中心之间的距离比镜面宽度多 5m 以上,这点也必须在设计 Campo 布局时确定,即

$$\Delta d \geq w + 5 \quad (22)$$

其中 Δd 是相邻定日镜底座的中心距离, w 为镜面宽度。我们直接采用 FJ Collado 等人提出的一种考虑了安全距离的 Campo 布局算法[4],这种算法可以确定定日镜场的首行半径 R_1 和相邻行之间的最小增量 ΔR_{min} ,计算式如下

$$R_1 = (DM \cdot Nhel \cdot l_1) / 2\pi \quad (23)$$

$$\Delta R_{min} = DM \cdot \cos 30^\circ - h \quad (24)$$

该算法的详细求解过程见附录 A。

我们这里结合题目对 Campo 布局算法进行修改,将公式(23)的 R_1 直接幅值为 100,即紧贴厂房的最小距离,用以犯戒 $Nhel_1$,进而确定 ΔR_{min} ,如此以来,我们确定了布局方式以及布局方式所需要的设计参数,即已经完成了初始定日镜场的布置。

6.1.3 模型目标函数的构建

现在开始对目标函数以及优化算法的构建，因为我们采用 Campo 布局 and 反向移动模型，所以在构建目标函数时我们无需考虑定日镜数目、定日镜位置 (二者已由 Campo 布局确定) 和吸收塔位置 (反向移动模型确定)，在目标函数中的决策变量为定日镜尺寸 ($S = wl$)、安装高度 (h) 和有效区域在 Campo 布局南北中轴线上的中心位置 (o) (Campo 布局带来的额外决策变量)，由题目要求，可以列出模型 2 的优化问题：

$$\begin{aligned} \max_{h,l,w,o} \quad & \bar{E}_w = \frac{\bar{E}_{\text{field}}}{\sum_{k=1}^N A_k} = \frac{\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^N DNI_{ij} \cdot \eta_{ijk}}{60N} \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 2 \leq h \leq 6 \\ 2 \leq l, w \leq 8 \\ w \geq l \\ \frac{l}{2} \leq h \\ \bar{E}_{\text{field}} \geq 48 \\ -R + r \leq o \leq R - r \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

现在来解释目标函数、约束条件以及超参数的设置：

- 目标函数中， \bar{E}_{field} 为定日镜场年平均输出热功率， $\sum_{k=1}^N A_k$ 为镜面总面积。比值 \bar{E}_w 即为单位镜面面积年平均输出热功率，其中， N 为有效区域内的定期镜总数，假设有效区域用 S 表示，定日镜用 i 表示， $Number\{\cdot\}$ 表示计数算子， N 可以表达为

$$N = \text{Number}\{i \in S\} \quad (26)$$

- 约束条件 $2 \leq h \leq 6$ 为题目给定要求的定日镜安装高度范围， $2 \leq l, w \leq 8$ 为题目给定要求的定日镜尺寸要求， $w \geq l$ 为题目中描述定日镜的镜面宽度一般大于高度。约束条件 $\frac{l}{2} \leq h$ 可以保证镜面在绕水平转轴旋转时不会触及地面。

- 约束条件 $-A+r \leq o \leq R-r$ 可以保证有效区域一定完全位于 Campo 布局之内，即有效区域圆心只会在给定的南北中轴线范围内运动，这也间接保证了集热器和厂房一定位于有效区域之内。 $\bar{E}_{\text{field}} \geq 48$ 为题目要求的年平均热功率要超过 48MW。

- 优化中的超参数为 R 和 r ，其中 R 又由 r 唯一确定，根据题目要求， r 需要满足 $100 \leq r \leq 350$ ，有了第一问求解的经验，这里我们将 r 设置为 300 和 350，进行两次同样的优化过程。

现在我们将优化问题 (25) 重写为标准型，有

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & -\bar{E}_w \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b} \\ \bar{E}_{\text{field}} \geq 48 \end{cases} \end{aligned} \quad (27)$$

其中， $\mathbf{Ax} \geq \mathbf{b}$ 可以展开写为

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ w \\ l \\ o \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \\ 2 \\ 2 \\ -8 \\ -8 \\ 0 \\ 0 \\ -R+r \\ -R+r \end{bmatrix} \quad (28)$$

最终可求解出最优参数 $[h, l, w, o] = \arg \min_{h, l, w, o} -\bar{E}_w$ ，将有效区域平移至给定区域后，可获得集热器位置坐标，根据 Campo 布局也可求出定日镜总数 N 。综上，我们画出该模型的程序执行流程图，见图 (9)。

6.2 模型的加速计算

6.2.1 光学效率的加速计算

Campo 布局是一种固定的布局，我们可以操纵布局的元素只有首行半径和相邻定日镜的径向距离，每一套 Campo 布局的所有定日镜的年平均热功率都已给定，而在后续的优化过程中，我们每更改一次参数，Campo 布局的所有定日镜年平均热功率都会发生改变，这会使我们的计算复杂度非常大，所以为了优化算法能够正常的迭代出结果，我们必须舍弃一些精度，从而提升光学效率的求解速度。

我们将第一问求得的年平均余弦效率和除去年平均余弦效率的其他效率综合图画出，见图 (10)，对比图 (7)，可以发现，年平均效率与余弦效率高度相关，其余几种效率模型呈现与集热器的径向距离到效率大小的函数映射关系，这就启发我们可以在每次计算光学效率时舍弃一些精度，只求余弦效率，其余几种效率模型可以当作一个整理，使用回归的方式拟合出一条函数，自变量为距离集热器的径向距离，因变量为其余几种效率的综合，即我们重新将光学效率表达为

$$\eta = \eta_{sb} \eta_{\cos} \eta_{at} \eta_{trunc} \eta_{ref} = \eta_{\cos} \eta_{\theta} \quad (29)$$

η_{θ} 即我们拟合出的其他几种效率的综合， θ 为拟合曲线的参数。

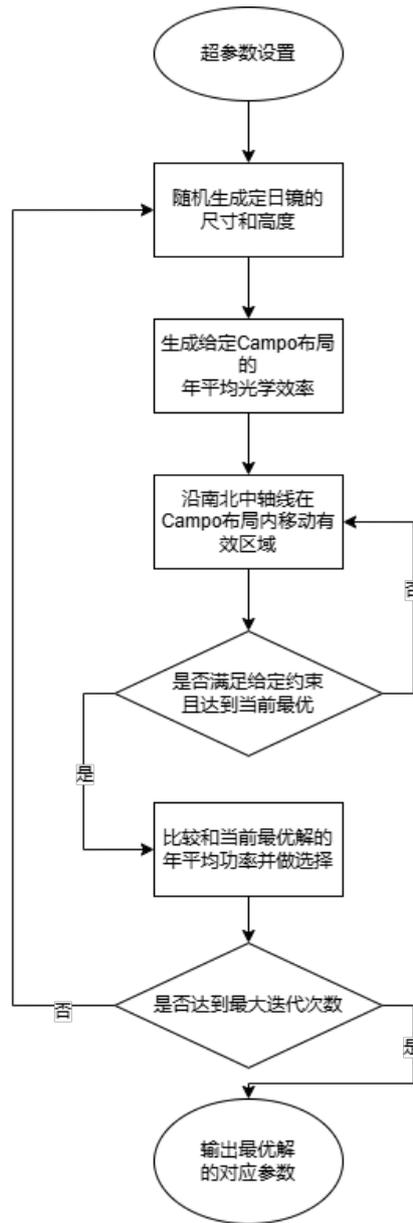


图9 模型2程序流程图

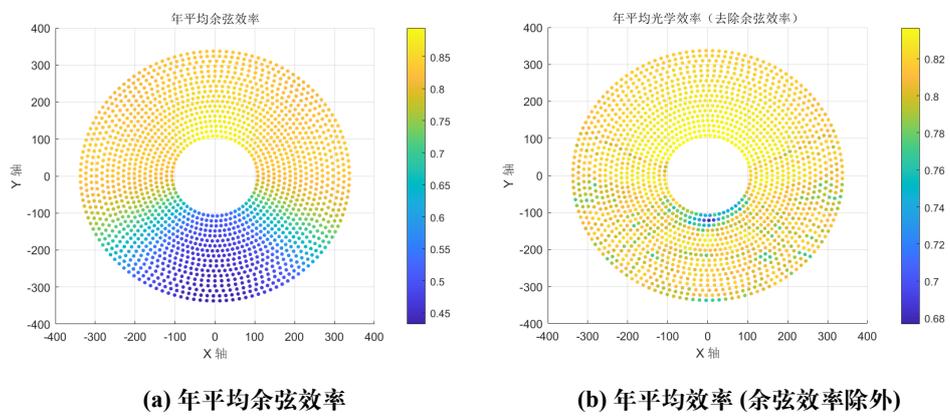


图10 光学效率示意图 (含余弦效率和去除余弦效率)

6.2.2 优化问题的加速计算

虽然我们已经通过反向移动的方法减少了优化的决策变量，但是依然存在 4 个决策变量，如果采取全局搜索策略的策略，优化的速度将会十分的缓慢，所以我们要对程序流程图 (9) 中的随机生成决策变量和选择最优决策变量的策略做一些规定，以使得算法可以快速的迭代找到局部最优解甚至全局最优解。

由于我们的目标函数并不连续可导，在优化时自然不能通过梯度下降法或 Adam 算法进行计算，对于不可导函数的优化加速，最简单的一种方法就是采用智能优化算法 [5]，例如模拟退火算法、粒子群算法、蚁群算法等等，这些算法常常借鉴统计物理学和生物学中的一些概念，修改优化搜索和择优时的一些策略，从而达到加速优化或跳出局部最优解的目的，但是这种方式不对优化的稳定性和收敛性进行担保，尽管如此，智能优化算法找到最优解的概率依然大于随机搜索并择优选择的算法，我们这里直接选取模拟退火算法进行优化。

模拟退火算法并没有规定解的生成方式，也就是说，我们可以相对自由的选择解生成函数，这里选取的解生成函数为 $x_i = Random[x_{i-1} - \alpha e^{-k}, x_{i-1} + \alpha e^{-k}]$ 其中， x_{i-1} 为上一步的解， x_i 为本步的生成解， $Ranmdom[a, b]$ 算子为随机生成一个属于 $[a, b]$ 的伪随机数， α 为超参数步长， k 为当前迭代的步数，这种方式可以确保优化迭代在一开始时随机生成的解空间大，随着迭代的次数越来越多，解生成空间越来越小，本次迭代求得的最优解也渐渐趋于稳定。

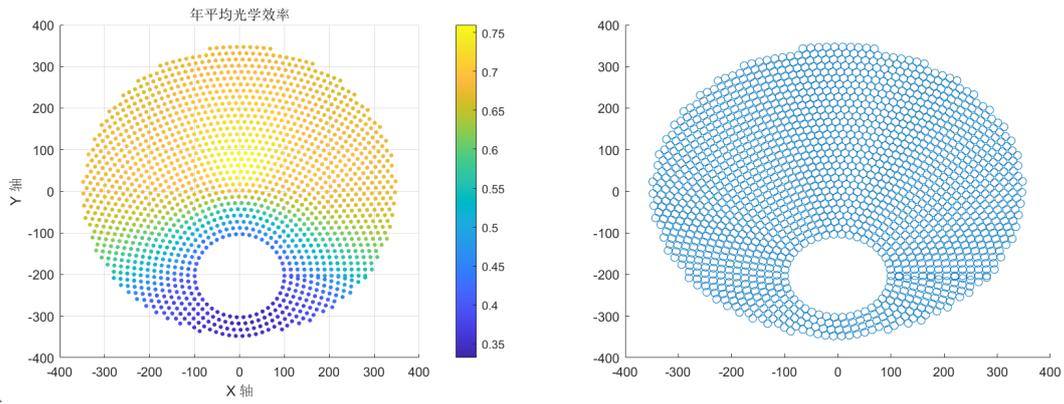
模拟退火算法的选择策略为

$$P(\Delta E) = \begin{cases} 1, & S' \text{ is better than } S \\ e^{-\frac{\Delta E}{T}}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (30)$$

即接收最优解并且有概率的接收非最优解，其中 $P(\Delta E)$ 为接收新解 S' 做为最优解的概率， ΔE 为新解 S' 和原始解 S 之间的距离， T 为当前的温度，理解为一个单调递减的数，但是由于我们的解生成策略并不是随机生成，我们这里直接将 T 声明为一个具有常量数值的超参数，在迭代刚开始时，由于解生成的选择范围大，接收非最优解的概率小，策略较为保守，随着迭代次数的逐渐增多，接收非最优解的概率逐渐变大，策略变得越来越激进，这样可以尽最大的可能性便利最优解周围的区域，由于模拟退火算法有概率接收非最优解的特性，在陷入局部最优解时，可以有概率的跳出局部最优解，从而获得全局最优解，在迭代次数达到一定多的时候，模拟退火算法往往能找到不错的局部最优解甚至全局最优解。

6.3 模型求解结果

求解本章节建立的模型，我们得到了对应的设计参数，见表 (5)，通过这些参数表确定整个定日镜场的布局 (集热器和定日镜的位置坐标)，将布局存入 result2.xlsx 文件中，



(a) 光学效率示意图

(b) 定日镜场布局示意图

图 11 定日镜场布局以及光学效率示意图

再使用和模型 1 同样的方式计算出每月 21 日平均光学效率及输出功率，见表 (3)，求出年平均光学效率及输出功率，见表 (4)，为了更清晰的展示设计结果，我们还绘制了光学效率示意图，见图 (11a) 和定日镜场布局示意图，见图 (11b)。

表 3 问题 2 每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均光学效率	平均余弦效率	平均阴影遮挡效率	平均截断效率	单位面积镜面平均输出热功率 (kW/m ²)
1 月 21 日	0.61394	0.74801	0.98766	0.92	0.50132
2 月 21 日	0.60981	0.7425	0.98871	0.92	0.5312
3 月 21 日	0.61024	0.7427	0.98868	0.92	0.56034
4 月 21 日	0.61799	0.75159	0.98795	0.92	0.61201
5 月 21 日	0.62789	0.76447	0.98523	0.92	0.63552
6 月 21 日	0.63154	0.77167	0.9819	0.92	0.66343
7 月 21 日	0.62777	0.76427	0.98542	0.92	0.64216
8 月 21 日	0.61747	0.751	0.9881	0.92	0.61052
9 月 21 日	0.60995	0.74249	0.98816	0.92	0.59866
10 月 21 日	0.6101	0.74294	0.98844	0.92	0.55211
11 月 21 日	0.61459	0.74874	0.98792	0.92	0.51603
12 月 21 日	0.61738	0.75216	0.98794	0.92	0.5092

表 4 问题 2 年平均光学效率及输出功率表

年平均 光学效率	年平均 余弦效率	年平均阴影 遮挡效率	年平均 截断效率	年平均输出热 功率 (MW)	单位面积镜面年平均 输出热功率 (kW/m ²)
0.617389167	0.751878333	0.987175833	0.92	48.02	0.577708

表 5 问题 2 设计参数表

吸收塔位置坐标	定日镜尺寸 (宽 × 高)	定日镜安装高度 (m)	定日镜总面积数	定日镜总面积 (m ²)
(0,-189.28)	7.603 × 6.2742	3.74	1823	86962.1

七、问题三的模型的建立和求解

7.1 模型建立

7.1.1 聚光曲面的构造

第三问在第二问的基础上更加灵活，使得不同定日镜可以获得不同的安装高度和安装尺寸，如果直接的构造决策函数，第三问的决策变量规模将会非常庞大，为我们的求解带来很大的问题，我们在这里先考虑一种极限情况，假设所有的定日镜镜面构成一个连续结构，如何安排这个连续镜面的高度才可以使得光学效率达到最高，即我们将定日镜的高度设计问题转化成了聚光曲面的设计问题。

受到中国天眼 FAST 的启发 (图 (12a)), 该聚光曲面大概率是一个旋转连续曲面，如果我们设计得到一个聚光曲线，那么也可以通过旋转的方式得到一个聚光曲面，现在我们开始推导聚光曲线的表达式，假设我们想要照射进聚光曲线的平行光线 (太阳光) 聚焦到同一点 (即聚焦点)，可以画出示意图，见图 (12b)。该聚焦曲线也可以等效的表达为从聚焦点发出的所有光线，通过聚光曲线反射后相互平行，图 (12b) 中， \vec{C} 为单位长度平行反射光线向量， P 为聚焦点， \vec{r} 为聚焦点射出的光线，使用微元法进行分析，由光反射定律，我们可以得到

$$\vec{C} \cdot d\vec{r} = \frac{\vec{r} \cdot d\vec{r}}{r} \quad (31)$$

注意到，等式

$$\vec{r} \cdot d\vec{r} = r dr \quad (32)$$

在此情境下恒成立，将该等式代入上式，有

$$\vec{C} \cdot d\vec{r} = dr \quad (33)$$

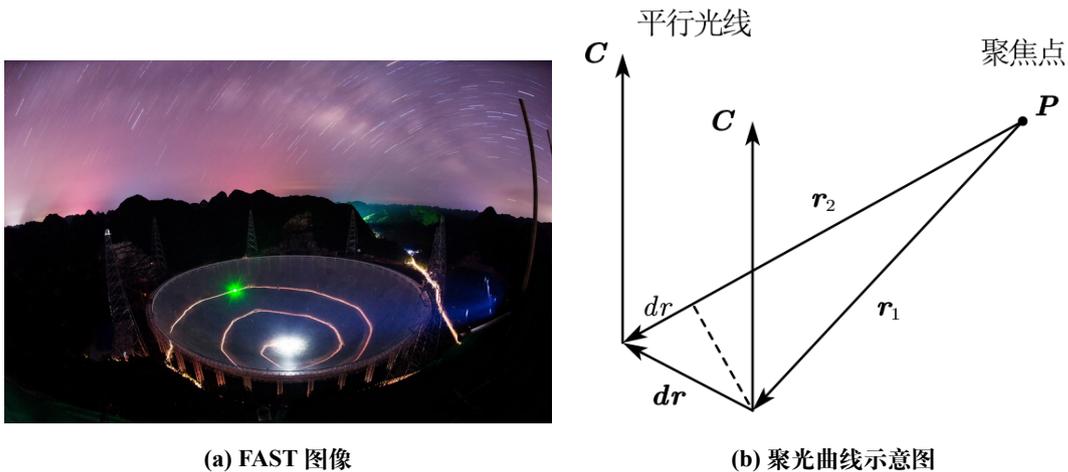


图 12 聚光曲面与聚光曲线

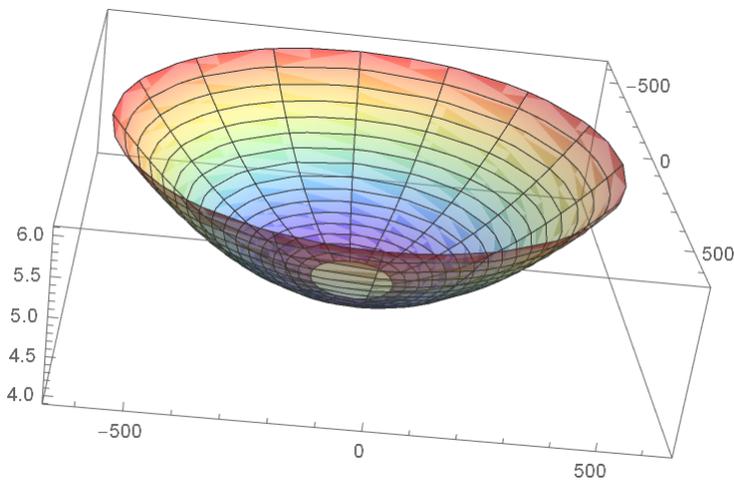


图 13 生成抛物曲面

求解该 ODE 问题，可得到方程

$$\vec{C} \cdot \vec{r} = r + K \quad (34)$$

其中, K 为任意常量，将该形式转化为极坐标表达，有

$$K = \frac{p}{1 - \cos \theta} \quad (35)$$

表达式 (35) 也正是抛物线的极坐标形式表达式，抛物线做为聚光曲线也并不出乎我们的意料，那么由抛物线旋转而成的抛物面就是我们设计高度所需要的聚光曲面，令定日镜的安装高度范围为 $4 \leq h \leq 6$ (题目给定的条件为 $2 \leq h \leq 6$ ，但是当 h 小于 4 时，定日镜的镜面长度无法满足设计需求)，我们可以设计出以集热器为中心的抛物镜面，假设我们采用 600m 半径的 Campo 布局，设计出的抛物镜面如图 (13) 所示。将该抛物面进行离散化采样，就可以得到定日镜坐标对应的安装高度。

7.1.2 目标函数的构建与求解方式

根据定日镜场的中心对称性，我们在改变定日镜的尺寸时，可以将每行的定日镜设置为统一尺寸，在第二问的优化问题 (公式 (25)) 的基础上上进行更改，将统一的定日镜尺寸 (l, w) 增加行自由度变为 (l_i, w_i) ，考虑聚光曲面已经固定的定日镜高度条件以及 Campo 布局的限制，将本问优化的目标函数写为：

$$\begin{aligned} & \max_{o, \{l_i, w_i\}_1^M} \bar{E}_w \\ & \text{s.t.} \begin{cases} 2 \leq \{l_i, w_i\}_1^M \leq 8 \\ \{w_i\}_1^M \geq \{l_i\}_1^M \\ \frac{\{l_i\}_1^M}{2} \leq \{h_\theta^{(i)}\}_1^M \\ E_{field} \geq 48 \\ o_2 + \epsilon \leq o \leq o_2 - \epsilon \end{cases} \end{aligned} \quad (36)$$

其中， $\{\cdot\}_i^M$ 算子指从 i 到 M 的变量序列，对于公式中具体的 M 为 Campo 布局的总行数， $h_\theta^{(i)}$ 为聚光曲面给定的第 i 行定日镜的高度， θ 为聚光曲面的参数 (焦距，焦点等等)， o_2 为第二问确定的有效区域中心坐标， ϵ 为服从 Gauss 分布的微小扰动，因为第三问的决策变量太多，在决策空间内进行遍历搜索是不切实际的，所以我们直接以第二问的解做为初始迭代解，集热器只在初始解的邻域内移动，根据实验速度测试，我们最终选取该 Gauss 分布的均值为 30，方差为 100，即

$$\epsilon \sim N(30, 100) \quad (37)$$

与问题 2 一样，我们可以利用三维张量 (Tensor) 来表示序列将该优化问题转化为标准型，但那样并不利于程序的编写，所以不再对该优化问题进行标准化。

但是现在的决策变量依然太多，要遍历完整个决策空间还是异常困难，所以我们对决策变量的自由度再次进行限制，有学者在论文中提出，定日镜的镜面宽度和镜面长度比值在 $[1.5, 2]$ 区间内可以获得最大的光学效率 [3]，我们依据这个比例将定日镜的尺寸划分为 4 种规格，见表 (6)。

表 6 定日镜规格划分表

定日镜规格	镜面宽度 (m)	镜面高度 (m)
A	3.00	2.00
B	4.50	3.00
C	6.00	4.00
D	7.50	5.00

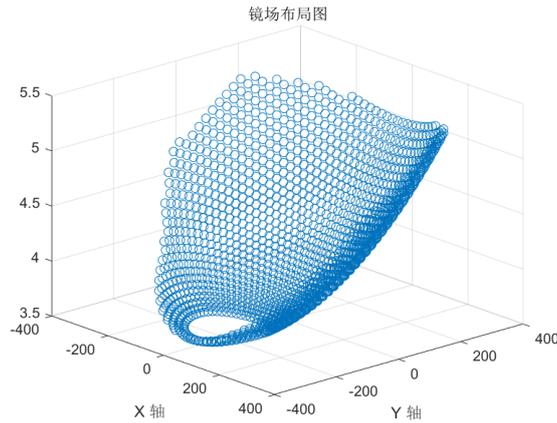


图 14 定日镜场三维布局示意图

通过划分定日镜的尺寸规格，我们进一步的减少了决策空间的自由度，使得优化程序的遍历速度进一步的加快，如此便可以增加迭代的次数，以增大找到最优解的概率。

7.2 模型求解结果

通过模型 3 的优化算法，以模型 2 求解出的最终解做为模型 3 的初始迭代解，等步长遍历决策空间后，我们获得了定日镜场的吸收塔坐标位置、定日镜尺寸、安装高度和位置坐标并且存入了 result3.xlsx 文件和问题 3 设计参数表 (见表 (9)) 之中，并且计算出了每月 21 日平均光学效率及输出功率见表 (7)，通过求和取平均获得了年平均光学效率及输出功率见表 (8)，对比模型 2 的结果，模型 3 通过改变每行定日镜的尺寸和安装高度，光学效率和热功率得到了明显的提升，最后，为了更加清晰的展示定日镜场的分布，我们在三维空间中绘制出了整个定日镜场，见图 (14)。

八、模型的分析与检验

8.1 灵敏度分析

由题意知，当太阳位置发生变化时，定日镜场中镜面的角度也将发生变化。现考虑在镜面位置保持不动的情况下，使太阳高度角与方位角分别上下浮动 10%，以对模型进行灵敏度分析。结果显示，当太阳高度角增长时，模型光学效率整体呈增长趋势。当太阳高度角减小时，光学效率整体降低。当太阳方位角降低时，光学效率变化整体较为平缓。当太阳高度角及方位角变化时时，都可以稳定地得出光学效率。模型的稳定性较好，且对太阳的高度角较为敏感。

表 7 问题 3 每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均 光学效率	平均 余弦效率	平均阴影 遮挡效率	平均 截断效率	单位面积镜面平均输出 热功率 (kW/m ²)
1 月 21 日	0.61145	0.75482	0.988	0.92	0.5021
2 月 21 日	0.61214	0.7545	0.98894	0.92	0.54194
3 月 21 日	0.62024	0.7564	0.98868	0.92	0.57036
4 月 21 日	0.63224	0.7641	0.98865	0.92	0.57036
5 月 21 日	0.65212	0.76889	0.99102	0.92	0.6366
6 月 21 日	0.66187	0.78452	0.99024	0.92	0.6642
7 月 21 日	0.66982	0.74215	0.98874	0.92	0.64325
8 月 21 日	0.64521	0.764	0.9881	0.92	0.61106
9 月 21 日	0.621	0.75423	0.98864	0.92	0.60021
10 月 21 日	0.6155	0.74656	0.97685	0.92	0.56425
11 月 21 日	0.6142	0.742	0.97445	0.92	0.52404
12 月 21 日	0.6012	0.74156	0.9754	0.92	0.51974

表 8 问题 3 年平均光学效率及输出功率表

年平均 光学效率	年平均 余弦效率	年平均阴影 遮挡效率	年平均 截断效率	年平均输出热 功率 (MW)	单位面积镜面年平均 输出热功率 (kW/m ²)
0.629749	0.756144	0.985077	0.92	53.12	0.582513

表 9 问题 3 设计参数表

吸收塔位置坐标	定日镜尺寸 (宽 × 高)	定日镜安装高度 (m)	定日镜总面数	定日镜总面积 (m ²)
(0,-188.02)	/	/	1981	91191.0

8.2 误差分析

1. 模型一计算阴影遮挡效率时，将镜面分割成 n^2 个离散的区域，并将反射光线离散化。但实际上，镜面和光线均为连续性变化。离散化会对结果准确度造成影响，当 n 的值较小时，会较明显地影响精度。例如，当 n 取 10 时，计算出的光学效率为 0.5184。
2. 模型二和模型三都基于模型一的光学效率模型进行建模，因此也会受到一定程度的

影响。但当 n 取合适的值时，模型依然能够取出较为精确的结果。

九、模型的评价

9.1 模型的优点

- **优点 1:** 采用了蒙特卡洛追踪法，弥补了平面投影法准确度较低的缺点。
- **优点 2:** 采用在光能领域已经较为成熟的 Campo 布局，便于进行建模和优化。
- **优点 3:** 创新地采用了反向移动模型，降低了计算量，加快了优化速度。

9.2 模型的缺点

- **缺点 1:** Campo 是一种固定的布局格式，降低了布局的灵活性，可能会导致结果是局部最优解。
- **缺点 2:** 对于模型二和三，我们采用的反向移动模型可能会结果的准确度造成一定影响。

参考文献

- [1] 丁婷婷, 祝雪妹. 塔式系统圆形镜场中余弦效率分布的研究[J]. 科学技术与工程, 2012, 12:8406-8410+8433.
- [2] 张平, 奚正稳, 华文瀚, 等. 太阳能塔式光热镜场光学效率计算方法[J]. 技术与市场, 2021, 28:5-8.
- [3] 刘建兴. 塔式光热电站光学效率建模仿真及定日镜场优化布置[D]. [出版地不详]: 兰州交通大学, 2022.
- [4] COLLADO F J, GUALLAR J. Campo: Generation of regular heliostat fields[J/OL]. Renewable Energy, 2012, 46:49-59. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S096014811200198X>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2012.03.011>.
- [5] 高博, 刘建兴, 孙浩, 等. 基于自适应引力搜索算法的定日镜场优化布置[J/OL]. 太阳能学报, 2022, 43:119-125. DOI: 10.19912/j.0254-0096.tynxb.2021-0397.

附录 A 模型推导细节

1.1 HFLCAL 模型参数细节

公式 (12) 的 σ_{tot} 的计算式如式 (38)，其影响因素有反射距离 d 、定日镜焦距、太阳形状误差标准差 σ_{sun} 、光束质量误差标准差 σ_{bp} 、像散误差标准差 σ_{ast} 、跟踪误差标准差 σ_{track} 。这些参数的具体计算式如下：

$$\sigma_{tot} = \sqrt{d^2 \left(\sigma_{sun}^2 + \sigma_{bq}^2 + \sigma_{ast}^2 + \sigma_{track}^2 \right)} \quad (38)$$

$$\sigma_{bq}^2 = (2\sigma_s)^2 \quad (39)$$

$$\sigma_{ast} = \sqrt{0.5 (H_t^2 + W_x^2) / 4d} \quad (40)$$

$$H_t = \sqrt{LW \times LH} \left| \frac{d}{f} - \cos \omega \right| \quad (41)$$

$$W_s = \sqrt{LW \times LH} \left| \frac{d}{f} \cos \omega - 1 \right| \quad (42)$$

σ_s 是斜率误差的标准差； H_t 、 W_s 是吸热器上光斑在子午方向和弧矢方向的尺寸； LH 和 LW 是定日镜的高度和宽度； f 是定日镜的轴向焦距, 这里有些参数题目未给出, 我们使用 SENER 定日镜的测试数据进行设置。

1.2 DNI 的近似计算公式

DNI 为法向直接辐射强度, 是指地球上垂直于太阳光线的平面单位面积上、单位时间内接收到的太阳辐射能量, 可按以下公式近似计算

$$\begin{aligned} DNI &= G_0 \left[a + b \exp \left(-\frac{c}{\sin \alpha_s} \right) \right] \\ a &= 0.4237 - 0.00821(6 - H)^2 \\ b &= 0.5055 + 0.00595(6.5 - H)^2 \\ c &= 0.2711 + 0.01858(2.5 - H)^2 \end{aligned} \quad (43)$$

其中 G_0 为太阳常数, 取值为 $1.366kW/m^2$, H 为海拔高度 (km)。

1.3 Campo 布置算法

原论文中 Campo 布置算法过于繁琐, 这里只摘取重要公式, 不做分析。根据 Campo 定日镜场的几何关系 (见图 (1a)), 可以写出

$$\begin{aligned} R_1 &= (DM \cdot Nhel_1) / 2\pi \\ \Delta\alpha_{z_1} &= 2 \arcsin [DM / (2R_1)] \end{aligned} \quad (44)$$

其中, $\Delta\alpha_{z_1}$ 为首行定日镜之间的方位夹角, DM 为定日镜的特征圆直径, 如果定日镜的长为 LW , 宽为 LH , 考虑到定日镜之间的安全距离 (本题目为中心距离比镜面宽度多 5m), DM 的计算公式为

$$DM = DH + desp \quad (45)$$

其中, $desp$ 为安全距离, 在本题中为 5, DH 为定日镜的对角线长度, 即 $\sqrt{LW^2 + LH^2}$, 由于在同一个区域各行定日镜的数量相同, 所以奇数行与偶数行交错布置且连续行之间的径向间距保持不变。在最密集的排列方式下, 相邻行半径的最小增量为 ΔR_{min} , 计算式为

$$\Delta R_{min} = DM \cdot \cos 30^\circ - h \quad (46)$$

其中, h 的计算式为

$$h = R_1 - \sqrt{R_1^2 - (DM^2/4)} \quad (47)$$

附录 B 文件列表

文件 (或文件夹) 名	功能描述
code/q1	问题 1 程序代码文件夹
code/q2	问题 1 程序代码文件夹
code/q3	问题 1 程序代码文件夹
表格文件/2023A 第一问.xlsx	问题 1 结果
表格文件/2023A 第二问.xlsx	问题 2 结果
表格文件/result2.xlsx	问题 2 坐标文件
表格文件/2023A 第三问.xlsx	问题 3 结果
表格文件/result3.xlsx	问题 3 坐标文件

附录 C 代码

qla.m

```

1  clc;clear;
2
3  % 导入数据
4  global points;
5  global shadow;
6  data = readtable('E:\Learn\数学建模暑期培训\moni2024\A\fj.xlsx
    ');

```