微波工程.

<Block 1>.

1. Introduction.

① Maxwell equation ⇒ Wave Equations.

$$\begin{cases}\nabla^2\vec{E}+\omega^2\mu\varepsilon\vec{E}=0\\ \nabla^2\vec{H}+\omega^2\mu\varepsilon\vec{H}=0\end{cases}\xrightarrow{k\triangleq\omega^2\mu\varepsilon}\begin{cases}\nabla^2\vec{E}+k\vec{E}=0\\ \nabla^2\vec{H}+k\vec{H}=0\end{cases}$$

传播常数.

② 无耗媒质内. ($\sigma=0$).

$E_x(z)=E^+e^{-jkz}+E^-e^{jkz}$, 用 $\nabla\times\vec{E}=-j\omega\vec{B}=-j\omega\mu\vec{H}$ 求 $\vec{H}$.

得到波阻抗 $\eta=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$,

③ 有耗媒质. (σ 有限).

Let $\gamma=\alpha+j\beta=j\omega\sqrt{\mu\hat{\varepsilon}}=j\omega\sqrt{\mu\varepsilon(1-j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon})}$, where $\hat{\varepsilon}=\varepsilon(1-j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon})=\varepsilon(1-j\tan\delta)$ 损耗正切

$\Rightarrow \gamma=j\omega\sqrt{\mu\hat{\varepsilon}}$.

则有 $E_x(z)=E^+e^{-\gamma z}+E^-e^{\gamma z}$, 波阻抗 $\hat{\eta}=\sqrt{\frac{\mu}{\hat{\varepsilon}}}$.

④ 良导体内. ($\sigma\to\infty$, 一般以 $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\gg1$ 判断).

$\gamma=j\omega\sqrt{\mu\hat{\varepsilon}}\approx j\omega\sqrt{\mu\varepsilon(-j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon})}\Rightarrow\alpha=\beta$.

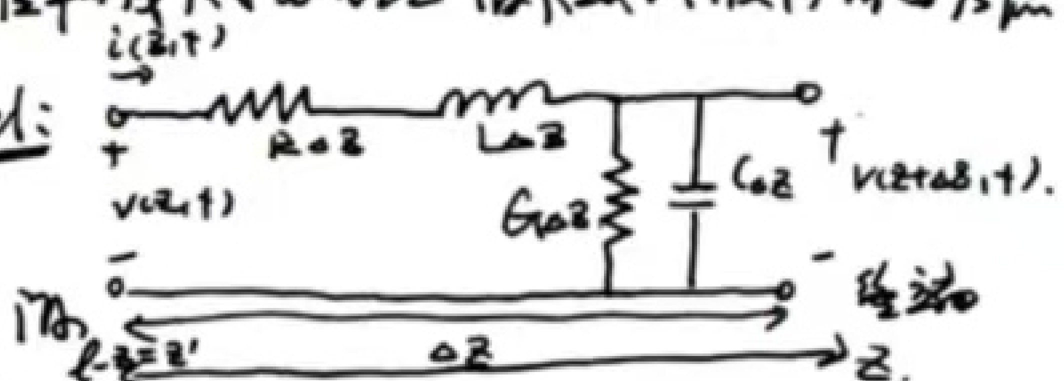
所有媒质(一般对有耗的)可定义趋肤深度 (skin depth). $\delta=\frac{1}{\alpha}$.

为振幅衰减到 e^{-1} 时的深度.

2. Transmission Line Theory (一). (用集总元件逼近分布式元器件) (线长谱长小的部分).

引入: 传输线尺寸为 λ的之一或长或λ的波长, 需要考虑波的行为, 不能用经典电路分析.

model:



Lumped element model. (集总元件)
集总元件模型.

solution.

$$\begin{cases}V(z)=V_0^+e^{-\gamma z}+V_0^-e^{\gamma z}\\ I(z)=\frac{1}{Z_0}(V_0^+e^{-\gamma z}-V_0^-e^{\gamma z})\end{cases}$$

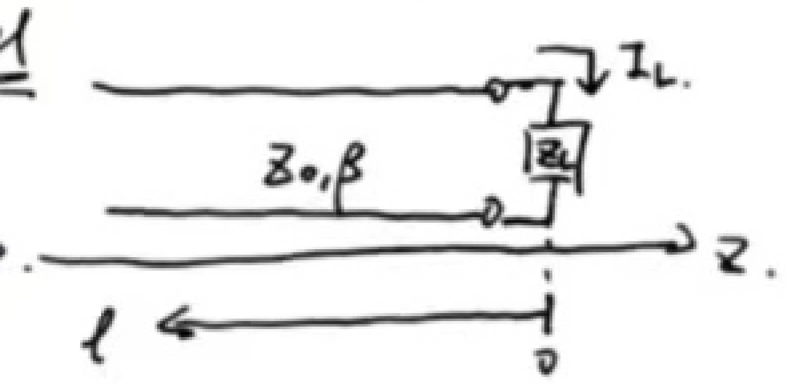
⇒ 再由源或负载的边界条件求得 V_0^+, V_0^-.

where $\gamma=\sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}$ ...... propagation constant $\triangleq\alpha+j\beta$

$Z_0=\sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}$ ..... Characteristic Impedance

现在集中讨论 lossless line

model



$\gamma=\underset{0}{\alpha}+j\beta=j\beta=\sqrt{(\underset{0}{R}+j\omega L)(\underset{0}{G}+j\omega C)}$

假设仅产生 $V_0^+e^{-j\beta z}$ 单向行波.

Sol

$$\begin{cases}V(z)=V_0^+(e^{-j\beta z}+\Gamma e^{j\beta z})\\ I(z)=\frac{V_0^+}{Z_0}(e^{-j\beta z}-\Gamma e^{j\beta z})\end{cases}$$

where $\Gamma=\frac{V_0^-}{V_0^+}=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}$ ...... 电压反射系数. Reflection Coefficient.

$\gamma=j\beta$.

自然地, 我们希望 $\Gamma=0$, 即功率全到负载上, 白时负载阻抗到匹配.

先给出 2个衡量 Γ 的参数条件:

① 回波损耗 (Return Loss, RL) $RL=-20\lg|\Gamma|$ dB.

② (电压)驻波比 (SWR, VSWR). $SWR=\frac{V_{max}}{V_{min}}=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$.

定义 $\Gamma(l)$: 对 Γ 进行拓展. $\Gamma(l)=\frac{V_0^-e^{-j\beta l}}{V_0^+e^{j\beta l}}\Big|_{z=-l}=\Gamma e^{-2j\beta l}$

定义 Z_{in}: 从 $l=-z$ 处看 Z_{in}, 有 $Z_{in}=\frac{V(-l)}{I(-l)}=Z_0\frac{1+\Gamma(l)}{1-\Gamma(l)}$ (Input Impedance).

传输线阻抗方程 ⇒ $=Z_0\frac{Z_L+jZ_0\tan\beta l}{Z_0+jZ_L\tan\beta l}$

3. Transmission Line Theory (二).

考虑 lossless line 的 n 种特殊情况

① 负载开路. $\Gamma=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}\Big|_{Z_L=\infty}=1$

② 负载短路 $\Gamma=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}\Big|_{Z_L=0}=-1$.

a) 行波状态 (Traveling wave).

$\Gamma=0$, $Z_L=Z_0$, $|V(z)|$ 恒定.

$Z_{in}=Z_0\frac{Z_L+jZ_0\tan\beta l}{Z_0+jZ_L\tan\beta l}=Z_0$

此时为匹配状态.

b) 行驻波状态.

(行波与驻波的叠加). $0<|\Gamma|<1$, $Z_L \ne Z_0$, 0, ∞, 也不是纯虚数.

$V(z)=V^+e^{-j\beta z}+\Gamma V^- e^{j\beta z}$ 可看作为行波,驻波叠加.

且有 $|V(z)|=|V^+|\sqrt{1+|\Gamma|^2+2|\Gamma|\cos(\phi-2\beta l)}$

振幅随 $z(l)$ 变化.

$|V(z)|$

$$Z_l = Z_0\frac{Z_L+jZ_0\tan\beta l}{Z_0+jZ_L\tan\beta l}$$ 随 l 变化.

可以看出 $|V(z)|$ 的周期为 $\frac{\lambda}{2}$.

c) 纯驻波状态.

$|\Gamma|=1 \Leftrightarrow \begin{cases} Z_L=0, \text{短路} \\ Z_L=\infty, \text{开路} \\ Z_L=jX, \text{纯电抗} \end{cases}$ 且相位变化.

$|V(z)|=|V^+|\sqrt{2+2\cos(\phi-2\beta l)}$

$|V(z)|$

Z_{in} 根据传输线理论部分, 随 l 变化, 具体分析部分.

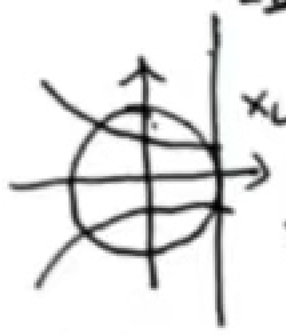
4. Smith 圆图 (阻抗).

Smith 圆图是一个关于 Γ 的极坐标表示.

Γ 可以写为用 $z_L=r_L+jx_L$ 表示的式子. (归一化)

以下用 n 个问题介绍 Smith 圆图.

注:



x_L 圆图 (O).
$x_L>0$, 感性.
$x_L<0$, 容性.
半径越小, r_L, x_L 越大.

① $Z_L \to \Gamma_0$: $z_L=\frac{Z_L}{Z_0}=r_L+jx_L$, 找 r_L 圆与 x_L 圆交点为 Γ_0.

② $\Gamma_0\to\Gamma(l)$: $\Gamma(l)=\Gamma_0 e^{-j2\beta l}$, 顺时针旋转.

③ $\Gamma\to SWR$: $|\Gamma|$ 圆与实轴交点,所得 r_L 为 SWR.

④ $Z_L, l\to Z_{in}$: 首先确定 $\Gamma(l)$, 再反过来找对应的 r_{in}, x_{in}.
然后 $z_{in}=r_{in}+jx_{in}$, $Z_{in}=z_{in}Z_0$.

⑤ SWR, $l_{min}\to Z_L$: SWR 确定 $|\Gamma|$ 圆, 找到电压最小处

距离 Z_L 最近的 $|V|_{min}$ 间的距离. 于是只需向 Z_L 方向旋转 $\Delta\varphi=2\beta l_{min}$ 即可从而找到 Z_L 对应的 Γ_0. 通过 Γ_0 反解出 Z_L 部分.

$\Delta\varphi=2\beta l_{min}$

使 $V(l)$ 为 0

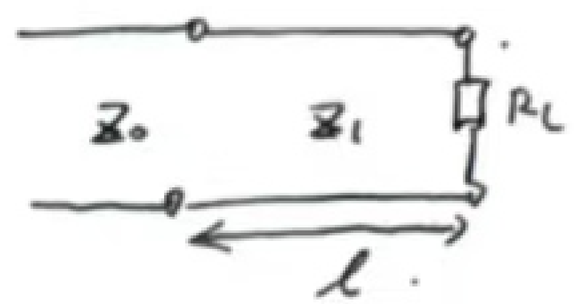
(注: 短路时, Z_L 处的 $|V(0)|$ 为 0, 即 V_{min} 处, 可将其当为参考负载位置, 再接上 Z_L 找 l_{min}.)

<Block 2>.

1. Impedance Transformer and matching

① $\frac{\lambda}{4}$ 变换器.

Model

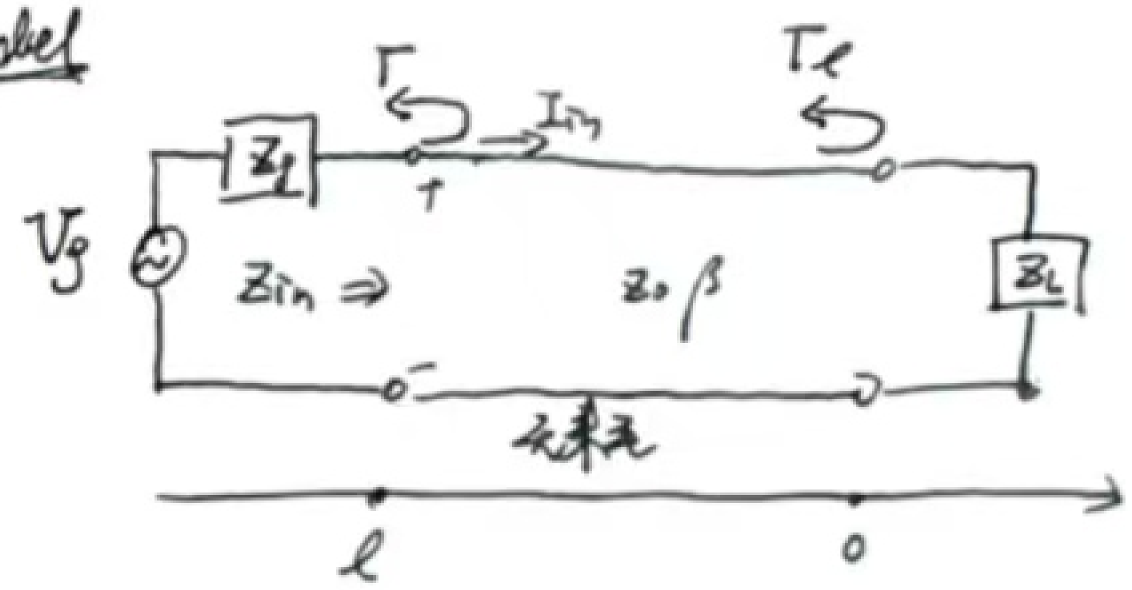


实际匹配负载电阻.

$l=\frac{\lambda}{4}$ (四分之一波长), $Z_1=\sqrt{Z_0R_L} \Rightarrow Z_{in}=Z_0=\frac{Z_1^2}{R_L}$

② Generator and load mismatches.

Model



源与负载均不匹配.

Sol 令 $Z_{in}=R_{in}+jX_{in}$, $Z_g=R_g+jX_g$.

$$P=\frac{1}{2}|V_g|^2\frac{R_{in}}{(R_{in}+R_g)^2+(X_{in}+X_g)^2}$$

a) 负载与线匹配, $Z_{in}=Z_0$, 无反射 (此情况 $Z_{in}(l)|_{l\in[0,l]}=Z_0$)

$$\Rightarrow P=\frac{1}{2}|V_g|^2\frac{Z_0}{(Z_0+R_g)^2+X_g^2}.$$

b) 源与[illegible]线匹配. $Z_{in}=Z_g$

$$\Rightarrow P=\frac{1}{2}|V_g|^2\frac{R_g}{(2R_g)^2+(2X_g)^2}=\frac{1}{2}|V_g|^2\frac{R_g}{4(R_g^2+X_g^2)}$$

c) 输入阻抗与源共轭匹配 (最优) $Z_{in}=Z_g^*$ (Conjugate matching)

$$P=\frac{1}{2}|V_g|^2\frac{R_g}{4R_g^2}=\frac{1}{2}|V_g|^2\frac{1}{4R_g}$$

这里最优指源传给负载的功率最大, 而不是效率. 此情况效率50%.

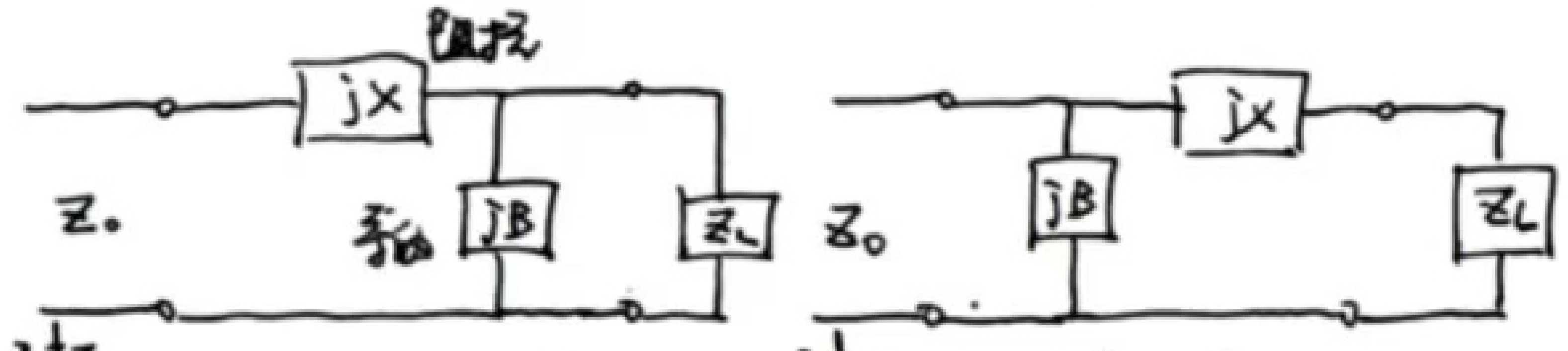
只有 Z_g 尽量小才能改善 (牺牲功率换效率), 功率, 效率需要 trade-off.

功率最大时存在驻波.

2. Impedance Matching

① 集总元件匹配：Lumped Elements Matching

model



Sol

$$Z_0 = jX + \frac{1}{jB + 1/Z_L} \;;\quad \frac{1}{Z_0} = jB + \frac{1}{jX + Z_L}$$

令 $Z_L = R_L + jX_L$，然后求解 (B, X) 取值，一般有两组解.

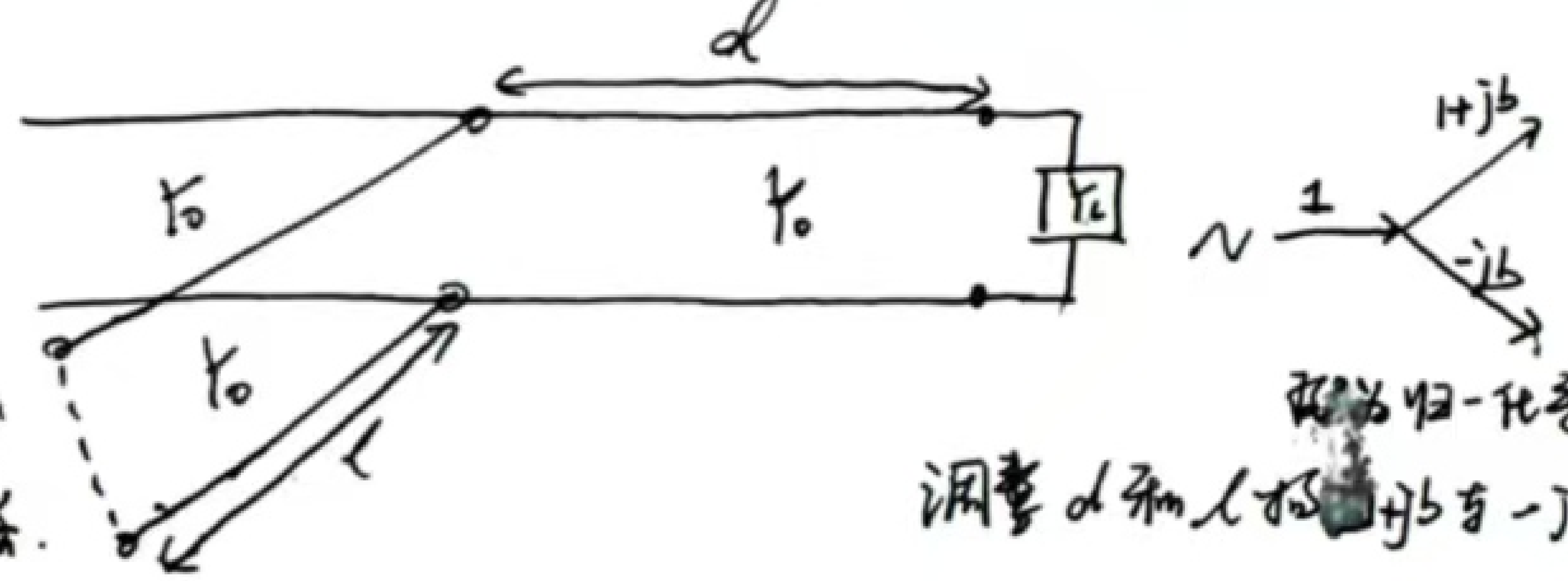
注 限制：Element size $l < \frac{\lambda}{10}$ 时使用.

② 并联短截线调谐：Single-stub matching

Def Short (or Open) circuited sections of lossless lines are called stubs.

motivation 合适长度的开路或短路传输线能够提供我们希望的任意电抗或电纳值，因而代替集总元件阻抗匹配.

model



Sol $Z_L, Z_0 \longrightarrow z_L \xrightarrow{对称} y_L = \frac{1}{z_L}$（在图中对称180°）$\xrightarrow{顺时针}$ 1+jb 圆交点（一般两个）

得到 $y_1 = 1+jb$，$y_2 = 1-jb$.　↓ 读出 d_1, d_2.

抵消 $-jb$：短路 ○ / 开路 ○ $\xrightarrow{顺时针}$ $-jb$ 交点 $\longrightarrow$ 旋转长度读出 l_1, l_2.

选择 (d_1, l_1), (d_2, l_2) 中更小的解，若 $d_1 < d_2$，直接用 $d_2 d_2$ 找一个 l 即可

且接保留带宽[illegible]

注1. 对偶Smith圆图. 将导纳圆与阻抗圆放在一起会非常不清晰的事情. 一般都使用阻抗圆的形式" "进行处理.

操作"对偶"之和后，" "形式的阻抗圆即是导纳圆.

所有的坐标 (r_L, x_L)，直接为导纳 (y_L) 的坐标的数值相同

且这种变换保持旋转关系——"顺时针向负载"，并且只要不再反对偶过来，我们处理的一直是导纳，这极大方便处理.

注2 阻抗Smith圆 ，对偶导纳圆 ，是对称偶过去的.

③ Broad Band Impedance Matching

model Multisection Transformer $\longrightarrow$ Tapered Line.

多节变换器 $\longrightarrow$ 渐变传输线.

motivation 通过适当选择 N 与 Γ_n，可以构成 Γ 的合适响应.

① Binomial matching：Maximally Flat Transformer

② Chebyshev Polynomial Matching：(1) Equal Ripple Transformer

(2) Max Bandwidth when Γ_m is given

<Block 3>.

1. Rectangular Waveguide.

① $\hat{\gamma} = j\beta = \sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2 - \omega^2\mu\varepsilon} \Rightarrow \beta = \sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - [(\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2]} \triangleq \sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - \omega_{cmn}^2\mu\varepsilon}$

propagation constant.　wavenumber.

$\omega > \omega_{cmn}$ 时，对应 mn mode 才可以传播.

② TE时为 cos cos，最低模式 TE_{10}，波阻抗 $Z_{TE} = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \omega_{cmn}^2}}\eta$

TM时 sin sin，最低模式 TM_{11}，波阻抗 $Z_{TM} = \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_{cmn}^2}}{\omega}\eta$

2. Circular Waveguide.

① TE： $\omega_{cnm}\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{p'_{nm}}{a}$, $Z_{TE} = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2-\omega_{cnm}^2}}\eta$

不存在 TE_{n0} 且 TE_{11} 为最低次模.

② TM： $\omega_{cnm}\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{p_{nm}}{a}$, $Z_{TM} = \frac{\sqrt{\omega^2-\omega_{cnm}^2}}{\omega}\eta$

不存在 TM_{n0} 且 TM_{01} 为TM的最低次模.

③ TE_{11} 为整个圆波导的最低次模.

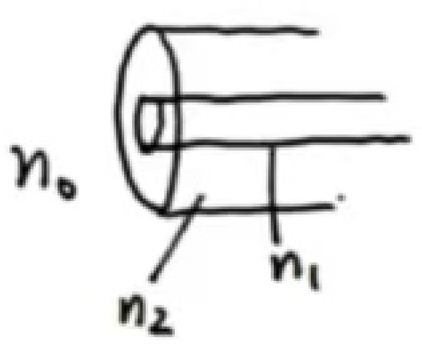
3. 同轴线与带状线.*

对同轴线，径向 $E \propto \frac{1}{r}$，以下 4 种带状线.

Strip Line (带状线)　Microstrip Line (微带线)

Slot Line (槽线)　Coplanar Strip Line (共面带状线).

4. Optical Fibre.



定义数值孔径 (Numerical Aperture).

$$NA = n_0 \sin(\theta_{max}) = \sqrt{n_1^2-n_2^2}.$$

θ_{max} 为 n_0 介质的最大入射角，当 n_0 处为空气，$n_0=1$.

n_1 必须大于 n_2，光密→光疏才可全反射.

1550 nm 的光波波长在通信中最常用，因为 minimal loss.

<Block 4>.

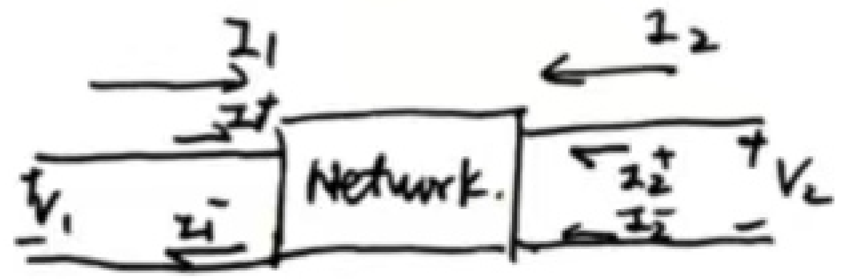
1. Microwave Network Theory

① Impedance & Admittance matrix.

$[V]=[Z][I]$, where $Z_{ij} = \frac{V_i}{I_j}\Big|_{I_k=0,\,k\neq j}$ 除j口全开路.

$[I]=[Y][V]$, $[Y]=[Z]^{-1}$.

model：



$V_1 = V_1^+ + V_1^-$

$I_1 = I_1^+ - I_1^-$

性质 1) 当电路为 Reciprocal Network时 (互易)，$[Z]=[Z]^T$

2) lossless Network：$[Z]$ 为中元素为纯虚数.

② Scattering matrix.

$[V^-]=[S][V^+]$, where $V=V^++V^-$., $S_{ij} = \frac{V_i^-}{V_j^+}\Big|_{V_k^+=0,\,k\neq 0.}$ 除j口的其余口匹配.

性质 1) S_{ii} 为其余口全匹配时，i 口的 Reflected coefficient.

2) Reciprocal Network： $S=S^T$

3) lossless Network： S 为酉矩阵，i.e. $S^HS=SS^H=I$.

可用性质：每行或列的模值平方和 $(|\cdot|=1)$ 判定

4) 对于全部端口都匹配的网络，主对角线元素为 0.

解题技巧

1) 对于给定电路求 [S]，一般为单互易的，$S^T=S$. 先求 $S_{11} = \frac{V_1^-}{V_1^+}\Big|_{V_2^+=0} = \Gamma_{(1)} = \frac{Z_L-}{Z_L+}$

再求 $S_{21} = \frac{V_2^-}{V_1^+}\Big|_{V_2^+=0}$, 此时往往需要由 S_{11} 与 $V=V^++V^-$ 求出 V^+, V^-.

再由 $V_2^+=0$, $V_2^-=V_2$，使用 V_1^+ 表达出 V_2 即可.

2) 在 1) 的基础上，更深在变，可解决给定电路求 [S] 的问题.

有的题目是给定 [S] 算 Return loss $(-20\log|S_{ii}|)$ 或 Insertion loss $(-20\log|S_{ij}|)$，若端口匹配时，即是括号中简单的 $-20\log|S_{ii}|$, $-20\log|S_{ij}|$，端口不匹配时则如短路，则从定义出发，$RL = -20\log|\Gamma| = -20\log\left|\frac{V_1^-}{V_1^+}\right|$ 去求 $\frac{V_1^-}{V_1^+}$, $\frac{V_1^-}{V_1^+}$ 的计算要从 $[V^-]=[S][V^+]$ 本身出发，因为其中有一些方程，再配合上 ~~短路~~ 短路 $(V_2^++V_2^-=0)$ 条件，可以求解.

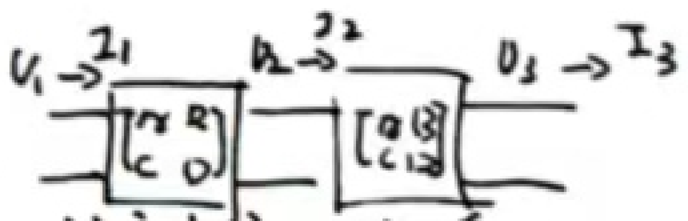
3) 在涉及 Γ 的运算时，一定要画出端口图利用定义 (PPT有例题)，重点在 $[V^-]=[S][V^+]$ 中有效信息的利用.

4) 对于对称性良好的电路网络. $S_{11}=S_{22}$ ...

③ Transmission ABCD matrix.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

可级联



注意电流的传播方向.

对ABCD矩阵的求解，直接定义即可. 复杂的可使用~~串~~级联性质.

2. Power Dividers and Directional Couplers.

① Tree-Port Network.

三端口网络不可能同时匹配、互易、无耗!

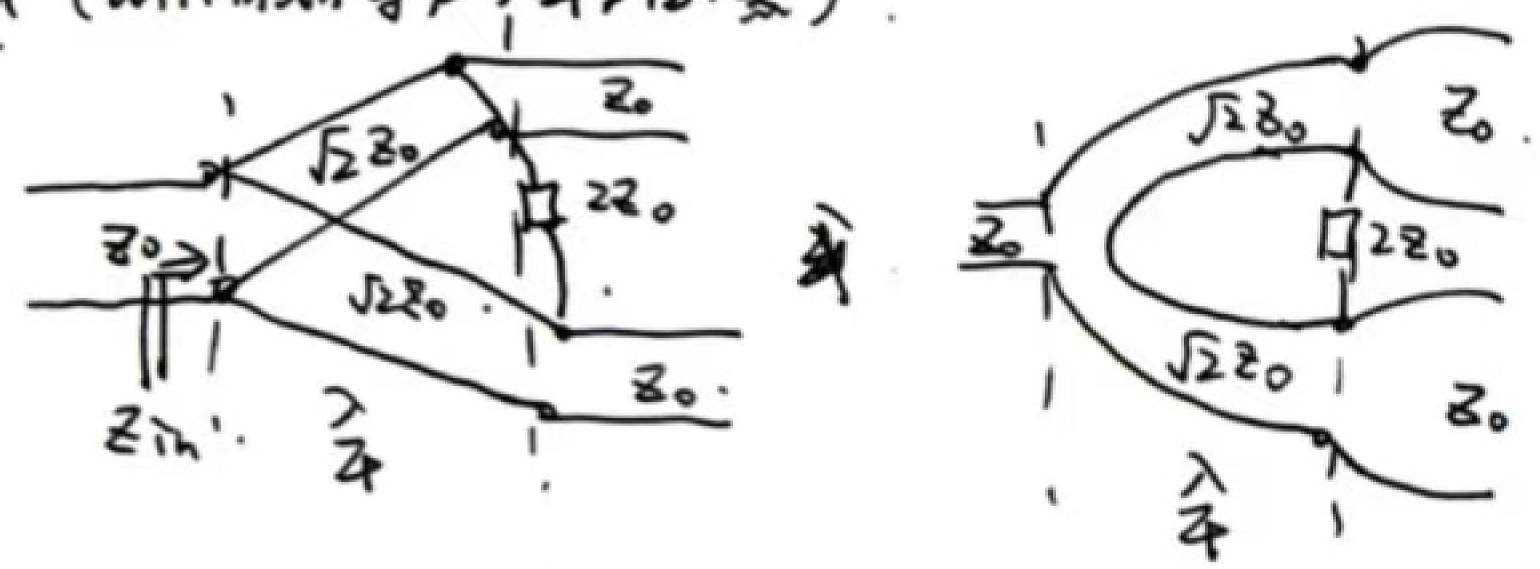
i) Circulator (环行器): ~~无~~ 匹配, 无耗, ~~[illegible]~~ 非互易

ii) T-Junction power divider: 匹配, 有耗, 互易.

iii) Wilkinson Power divider: 匹配, 有耗, 互易

输出端口匹配时, 有无耗的特性.

model (Wilkinson 等分功率分配器).

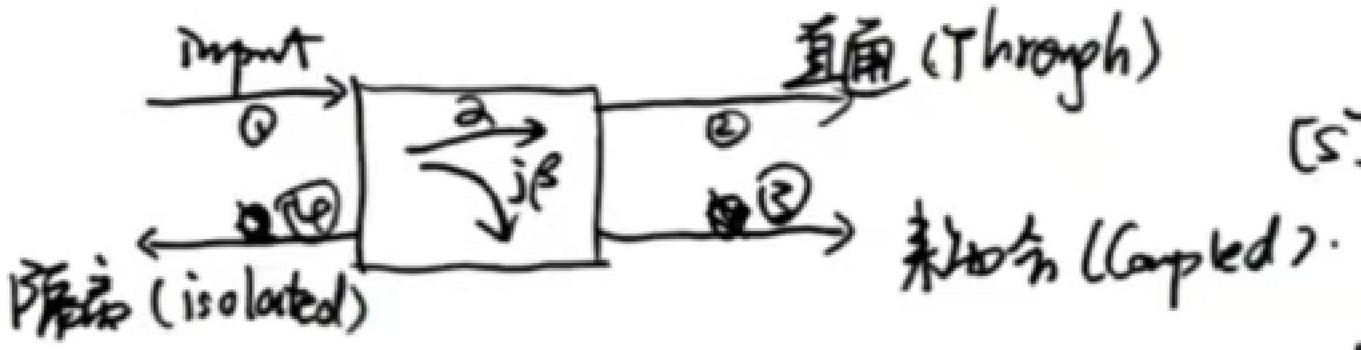


注 Z_{in} 是两个相同 Z_{in}' 的并联, $Z_{in}' = \sqrt{2}Z_0 \frac{Z_0 + j\sqrt{2}Z_0 \tan\beta l}{\sqrt{2}Z_0 + jZ_0 \tan\beta l} \Big|_{\beta l \to \frac{\pi}{2}} = 2$

② Four-Port Networks (Directional Couplers).

匹配, 无耗, 互易.

model



$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & j\beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & j\beta \\ j\beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & j\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

① → ② α.

① → ③ $j\beta$

参量

耦合因子 $= |S_{13}|^2 = \beta^2 \ldots$ (①→③的功率).

耦合度 Coupling $= C = -20\log\beta$ dB. (①→③).

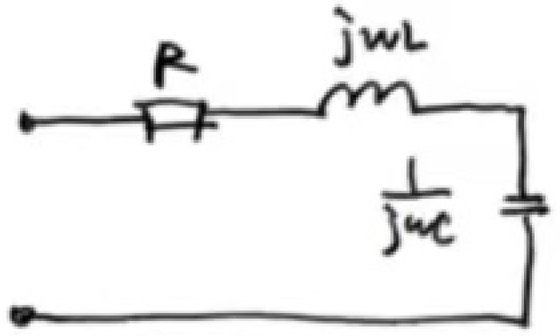
隔离度 Isolation $= I = -20\log|S_{14}|$ dB (①→④).

方向性 Directivity $= D = -20\log\frac{|S_{14}|}{\beta}$ dB $= I - C$. ($I = D + C$).

3. Microwave Reasonators. (微波谐振器).

① 串联与并联谐振电路.

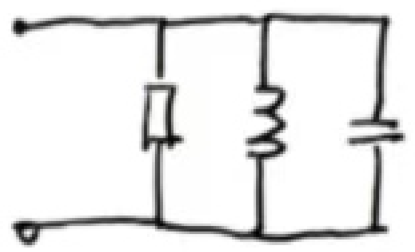
串联



谐振频率 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$Q = \frac{1}{\omega_0 C_0 R_0} \xrightarrow{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \frac{\omega_0 L_0}{R_0}$

并联



$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

$Q = \omega_0 C_0 R_0 \xrightarrow{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \frac{R_0}{\omega_0 L_0}$.

负载

$Q_e = \begin{cases} \frac{\omega_0 L}{R_L}, & 串联 \\ \frac{R_L}{\omega_0 L_0}, & 并联 \end{cases} \Leftrightarrow Q_e = \begin{cases} \frac{1}{\omega_0 C_0 R_L}, & 串 \\ \omega_0 C_0 R_L, & 并 \end{cases}$

$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_e} + \frac{1}{Q}$

补充一点, Z_{in} 的半带宽, $BW = \frac{1}{Q}$.

② 传输线谐振器.